

# 실물·금융변수와 주택가격간 동태적 상관관계 분석

손 중 칠\*

이 연구내용은 집필자의 개인의견이며 한국은행의 공식견해와는 무관합니다. 따라서 본 논문의 내용을 보도하거나 인용할 경우에는 집필자명을 반드시 명시하여 주시기 바랍니다.

---

\* 한국은행 금융경제연구원 거시경제연구실 과장  
(전화 : 02-759-5500, E-mail : seedy@gmail.com 또는 jkson@bok.or.kr)

본 논문에 대해 유익한 논평을 해주신 홍승제 거시경제연구실장과 연구심의위원회 위원들(정규일 통화연구실장, 김 웅 과장, 이승환 과장)에게 감사드립니다. 아울러 한국은행 금융경제연구원 세미나 참석자 여러분과 자료수집 및 분석 등에 많은 도움을 준 조동희 조사역에게 감사드립니다.

< 차 례 >

I. 머리말 .....	1
II. 주택가격 변동 추이 .....	3
III. 기존 연구 .....	6
IV. 실증 분석 .....	8
1. 분석모형 .....	8
2. 분석자료 선택과 사전정보 설정 .....	9
3. 실증분석 결과 .....	17
V. 맺음말 .....	33
<참고문헌> .....	34
<부록> .....	38

## 실물·금융변수와 주택가격간 동태적 상관관계 분석

2000년대 들어 주요 선진국을 비롯한 대다수 나라에서 부동산, 주식 등 자산가격의 급등락 현상이 빈번해 지면서 그 원인과 정책대응 방식에 대해 논의와 분석이 다양하게 이루어져왔다. 본고는 부동산시장의 불안이 본격 재연되기 시작했던 2001년 이후부터 2008년까지의 기간을 대상으로 주택가격의 변동요인을 거시실물, 주택, 금융부문에서 10개 변수를 선별하여 각각을 동태적으로 비교 분석하였다.

본고에서는 먼저 분석대상 시계열의 자료 제한을 보완하고 모형의 적합성과 예측력을 제고하기 위해 Villani(2008)의 베이지언 VAR을 분석 방법으로 원용하였다. 그리고 모형식별은 VAR 변수의 외생성을 보다 객관적으로 도출할 수 있는 DAG(Directed Acyclic Graph) 기법을 활용하였으며 이를 토대로 충격반응분석, 예측오차에 대한 분산분해 및 역사적 분해, 조건부 예측 등을 시도하였다.

분석 결과 2000년대 들어 실질 주택가격(국민은행의 전국 주택가격지수 기준) 변동은 콜금리 변경에 의해서는 불확실하고 미약하게 영향을 받았던 반면 국민소득, 소비지출, 주거용 건설투자, 물가 등 실물경제충격과 가계대출충격에 의해서는 유의적이면서도 상대적으로 크게 영향을 받은 것으로 나타났다.

이에 따라 앞으로 부동산가격 안정을 위해서는 일관성 있는 거시경제정책을 통해 실물경제충격을 최소화해 나가는 한편, 부동산부문으로의 자금유입이 과도하게 일어나지 않도록 시장모니터링 등을 강화해 나갈 필요가 있다고 판단된다.

핵심주제어 : 주택가격, 통화정책, 베이지언 VAR, 사전정보(prior)  
경제학문헌목록 주제분류 : E47, E52, E58

## I. 머리말

2000년대 들어 주요 선진국을 비롯한 대다수 나라에서 부동산, 주식 등 자산가격의 급등락 현상이 더욱 빈번히 나타나면서 그 원인과 정책대응 방식에 대해 논의와 분석이 다양하게 이루어져왔다. 이러한 점에 주목하여 본고는 부동산시장의 불안이 본격 재연되기 시작했던 2001년 이후부터 2008년까지 기간을 대상으로 주택가격의 변동요인을 거시실물(국민소득, 소비지출, 물가) 주택(주거용 건설투자), 금융(콜금리, 가계대출, 통화량, 원/달러 환율 등) 부문에서 10개 변수를 선별하여 각각을 동태적으로 비교 분석하고 시사점을 도출해 보고자 하였다. 본고에서는 주택가격과 실물·금융변수간의 동태적 상관관계를 고찰함에 있어 'Steady State 베이지언(Bayesian) VAR' 모형을 이용하였다. Litterman(1986)이 동적계수(dynamic coefficient)에 대해 사전정보(prior)를 창안·적용한 이후 베이지언 VAR은 주요한 실증분석 기법으로 자리잡아왔다. 본고에서는 이러한 동적계수에 대한 사전정보에 더해 Villani(2008)의 방법론을 원용해 한국경제의 장기 균형상태(steady state)에 대한 대략적인 정보를 바탕으로 상수항에 대해 추가적인 사전정보를 설정해 이후의 분석과 추정에 이용하였다. 이를 통해 분석대상 시계열의 자료 제한을 보완하고 모형의 적합성과 예측력을 제고했다. 또한 본고에서는 Smets & Jarocinski(2008)의 식별체계를 따라 출레스키(Choleski) 분해를 시행함과 아울러 DAG(Directed Acyclic Graph)라는 다소 새로운 기법을 활용해 추가적으로 2개의 대안적인 인과흐름을 모형 식별에 활용하였다. DAG는 각 내생변수 교란항간의 통계적인 상관관계를 바탕으로 변수간 인과흐름(causal flow)을 유도해내는 기법이다. 본고에서는 DAG분석에서 자주 쓰이는 PC 및 GES 알고리즘을 활용해서 인과흐름을 유추했는데 그 결과는 상기 Smets & Jarocinski(2008)를 원용해 설정했던 인과흐름과 다소 차이가 났다.

모형에 대한 식별을 마친 후 충격반응분석, 예측오차 분산분해 및 역사적 분해, 조건부 예측 등 크게 세 가지의 분석 기법을 동원해서 과연 실물 및 금융변수 등의 충격이 2001년 이후 주택가격의 변동에 얼마만큼의 영향을

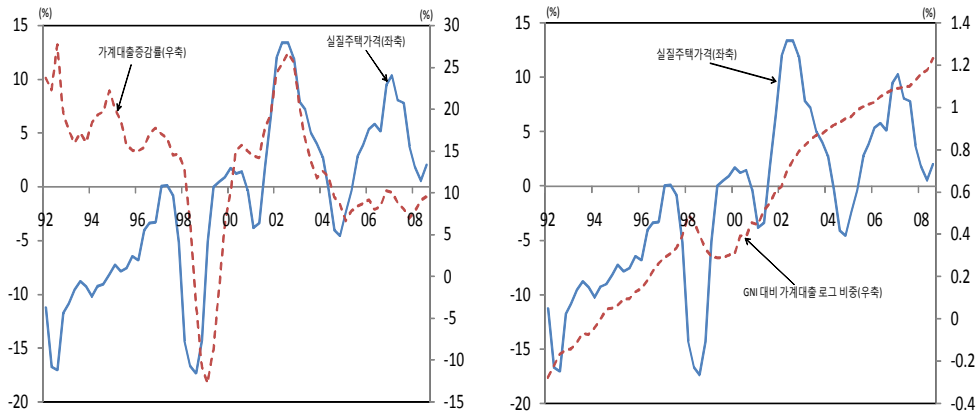
미쳤는지 다각도로 분석을 수행하였다. 동 분석결과 첫째, 거시실물변수의 충격과 비교할 경우 콜금리 변경에 대한 주택가격 변동률의 반응은 그 크거나 통계적 유의성이 상대적으로 떨어지는 것으로 나타났다. 둘째, 주택가격 변동률의 예측오차에 대한 각 실물·금융변수 충격의 설명정도를 살펴보면, 콜금리 변경의 설명비중은 대체로 낮게 나타난 반면, 모형마다 다소간의 차이는 있지만, 대체로 주거용 건설투자, 국제원유가격, 국민소득, 소비지출, 물가 등 실물변수충격의 설명비중이 높게 나타났다. 셋째, 역사적 분해(Historical Decomposition) 분석 결과, 콜금리 변경을 제외한 가상 주택가격 변동률 경로와 실제 주택가격 변동률에 별 차이가 없게 나타나는 등 2001년 이후 주택가격 상승기에 대한 콜금리 변경의 역할이 제한적임을 시사해 주고 있다. 넷째, 국민소득, 소비지출, 물가, 국제원유가격 등의 실제 실현치를 이미 알고 있다는 조건하의 2005년 이후 가상 주택가격 변동률 경로와 상기 4개의 변수에 콜금리를 추가한 경우의 조건부 가상 주택가격 변동률 경로를 비교해 보면, 두 개의 가상 주택가격 변동률 경로간에 큰 차이가 없는 것으로 나타났다. 반면, 상기 4개의 실물변수에 더해 가계대출변수를 이미 알고 있다는 조건하의 가상 주택가격 변동률 경로가 실제 주택가격 변동률에 더욱 가까워지는 것으로 나타났다. 이러한 추정 결과는 2005년 이후의 주택가격 변동을 예측하는 데 있어 가계대출이 콜금리보다 보다 유용한 정보변수임을 시사한다.

본고의 구성은 다음과 같다. II장에서는 주택가격 변동 추이에 대해서 살펴보고 III장에서는 자산가격과 통화정책을 포함한 주택가격 변동과 거시실물 및 금융변수간 상관관계에 관한 기존 연구를 살펴본다. IV장에서는 베이지언 VAR 모형에 대한 개괄적인 설명과 모형식별에 대한 논의를 한 후 충격반응 분석, 예측오차 분산분해 및 역사적 분해, 조건부 예측 추정 및 분석 결과를 차례로 살펴본다. 마지막으로 V장은 이상의 결과를 정리하고 시사점을 도출한다.

## II. 주택가격 변동 추이

전국 실질 주택가격(이후 보고에서는 “주택가격”으로 명명)의 변동추이를 보면, <그림 1>에서 볼 수 있듯이 90년대에는 높은 물가상승률과 외환위기 충격 등을 바탕으로 주택가격 변동률은 대체로 마이너스를 보였으나 2000년대 들어서면서는 물가가 안정된 가운데 부동산 경기가 활황세를 보이면서 주택가격 변동률이 큰 폭의 플러스로 전환했다. 특히 2002년과 2007년을 전후하여 실질 주택가격이 급등락하는 모습을 보였는데 이는 금융회사간 가계대출 경쟁, 부동산부문에 대한 각종 규제조치<sup>1)</sup> 등에 주로 기인하는 것으로 보인다.

<그림 1> 주택가격 변동률 추이(1992Q1~2008Q3)  
 가계대출 증감률                      GNI대비 가계대출 로그 비중



주: 가계대출은 M2 개관표상의 예금취급기관(은행+비은행)의 취급분 기준  
 실질주택가격은 명목 주택가격증감률에서 물가상승률(GDP 디플레이터 이용)을  
 차감하여 계산(이하 동일)  
 자료: 한국은행 ECOS, 국민은행 전국주택가격지수

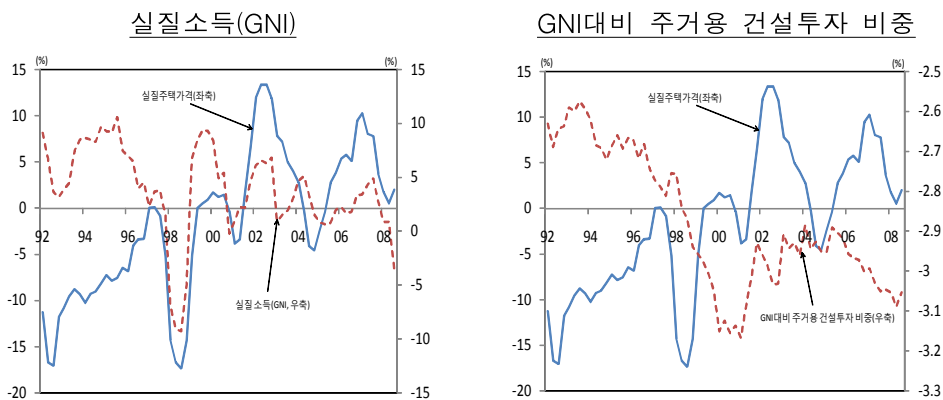
실제로 90년대 중반 이후 주택가격의 등락은 예금취급기관(은행+비은행)의 가계대출 행태와 높은 상관관계를 보여주고 있다. <그림 1> 왼쪽 그림에서 보듯이 외환위기 전후의 주택가격 하락 및 2001~2003년 상승시에는

1) 2003.10월 「주택시장안정 종합대책」 등.

가계대출 변화율과 높은 동행성을 보이고 있다. <그림 1>의 오른쪽 그림은 실질소득(GNI)대비 가계대출 비중이 외환위기 전후를 제외하고는 90년대 이후 지속적으로 상승하는 모습을 보이고 있어 2000년대 이후의 주택가격의 기초적 상승세와 그 궤를 같이 하고 있다.

실질소득과 주택가격 변동률간의 관계를 살펴보면, <그림 2>에서 볼 수 있듯이 외환위기 이후 두 변수는 대체로 높은 양의 상관관계를 보여주고 있다. 반면 실질소득(GNI)대비 주거용 건설투자 비중과 주택가격 변동률간에는 대체로 음의 상관관계를 보여주고 있다. 이는 주거용 건설투자 변수가 주택공급의 확대 요인으로 작용해 왔음을 보여준다. 즉, 90년대 대규모 택지개발사업 등으로 주택공급이 크게 확대되자 주택가격은 하락세를 보였으나, 2000년대 들어 실질소득대비 동 비중이 축소되면서 주택공급이 줄어들자 주택가격은 대체로 기초적인 상승세를 시현했다. 단 2005년 전후로 동 투자 비중이 상승하면서 주택가격의 상승세가 잠시 한풀 꺾이는 모습을 보였다.

<그림 2> 주택가격 변동률 추이(1992Q1~2008Q3)

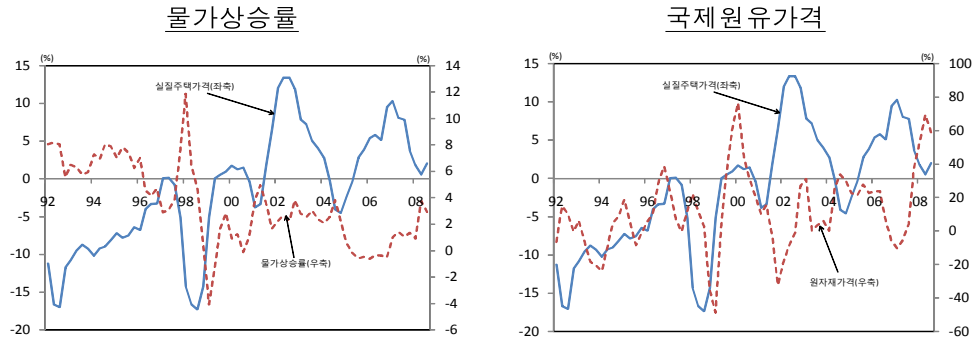


주: 가계대출은 M2 개관표상의 예금취급기관(은행+비은행)의 취급분 기준  
 자료: 한국은행 ECOS, 국민은행 전국주택가격지수

GDP 디플레이터를 이용한 물가상승률과 주택가격의 변동률간에는 <그림 3>에서 보듯이, 90년대에는 대체로 음의 상관관계를 보이고 있는 반면, 2000년대 들어서는 뚜렷한 방향성을 보이고 있지는 않다. 이는 2000년대 들어 물가상승률이 대체로 3%내외를 시현하며 전반적으로 안정적인 흐름을

보인 반면 주택가격은 동 기간중 상대적으로 크게 상승했음을 보여준다. 국제원유가격의 변동률과는 90년대 이후 대체로 양의 상관관계를 보였으나, 주택가격이 상승세를 보이기 시작한 2002년 이후로는 두 변수간에 뚜렷한 상관관계가 나타나지 않았다.

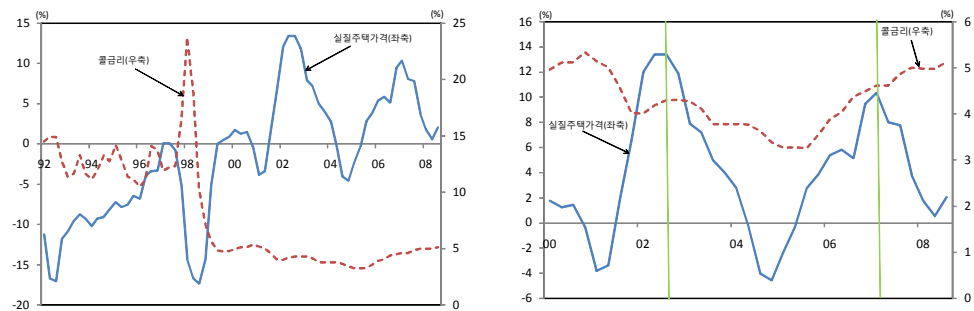
<그림 3> 주택가격 변동률 추이(1992Q1~2008Q3)



주: 물가상승률은 GDP deflator 변동률, 국제원유가격은 원화가치로 환산한 국제 원유가격  
 자료: 한국은행 ECOS, 국민은행 전국주택가격지수, IMF IFS

한편 콜금리와 주택가격 변동률간의 상관관계를 살펴보면, 아래 <그림 4>에서 볼 수 있듯이 외환위기 전후를 제외하고는 대체로 두 변수간 뚜렷한 동행성을 보이지 않았다. 특히 2000년 이후만 한정해서 주택가격과 콜금리 추이를 보면, <그림 4>의 오른쪽 그림에서 확인할 수 있듯이 두 변수는 오히려 상당기간 양의 동행성을 시현하고 있다.

<그림 4> 콜금리 및 주택가격 변동률 추이 (1992Q1~2008Q3)



자료: 한국은행 ECOS, 국민은행 전국 주택가격지수



### Ⅲ. 기존 연구

주요 국가의 주택가격변동과 실물·금융변수간의 상관관계에 관한 기존 연구를 살펴보면 각국의 거시경제 상황, 주택금융제도, 모기지시장의 발전 정도 등에 따라 다양한 연구 결과들이 보고되고 있다. 우선 Annett(2005)은 유로지역 8개국에 대한 분석에서 주택가격과 신용증가율, 통화증가율 및 통화정책간의 상관관계가 각 나라의 제도적 특성에 따라 매우 불확실한 행태를 보이고 있음을 강조했다. 반면 Meen(2002)은 미국과 영국의 주택가격에 대한 오차수정모형(Error Correction Model)을 통한 분석에서 기존의 주택가격 결정이론<sup>2)</sup>이 두 나라에 유사하게 적용될 수 있음을 보여주고 있다. 한편 McCarthy & Peach(2004)는 주택시장에 대한 수요·공급 방정식을 활용해 미국 주택금융제도 변화에 따른 주거용 건설투자의 통화정책 변화에 대한 민감도 등에 대해 분석하였다.

VAR을 이용한 주택가격 분석을 살펴보면, Sutton(2002)은 OECD 주요 7개국의 주택가격 분석에서 실질소득, 주식가격, 금리 등 세 변수의 충격이 당시의 주택가격 상승을 상당부분 설명하고 있음을 보여주었다. Tsatsaronis & Zhu(2004)는 OECD 17개국에 대한 주택가격의 변동성 설명비중에서 물가상승률 충격이 매우 높게 나타나는 분석결과를 보여주었다. 이는 통상적으로 실물자산 구입이 인플레이션에 따른 실질 부의 감소를 예방(inflation-hedge)할 수 있는 수단이 된다는 기존의 이론적 논의에 부합하는 것이다. 또한 동 논문은 시장에 민감한 주택금융제도를 소유하고 있는 나라일수록 주택가격 상승에서 신용증가로 이어지는 연결고리가 더욱 강화될 수 있음을 보여주었다.

최근 글로벌 금융위기를 맞아 IMF(2008) 등은 중앙은행이 주택가격을 포함한 자산가격의 변동에 보다 적극적으로 대응할 것을 권고하고 있는데, 주택금융이 발전한 나라일수록 주택부문이 경기변동에 미치는 영향이 큰

---

2) 실질 가치분소득, 금리, 인구변화 등의 수요요인과 주택재고에 영향을 주는 공급요인 등이 실질 주택가격을 결정하게 됨.

것으로 나타남에 따라 중앙은행은 주택가격을 통화정책의 한 요소로 고려하는 것이 바람직하다고 제안하고 있다.

국내에서 VAR를 통한 분석의 경우 김봉호(2005) 및 박헌수·김태경(2008)에서 볼 수 있듯이 거시 모델을 통한 접근보다는 개별적인 몇몇 변수들을 선택<sup>3)</sup>해서 동 변수간의 상관관계 분석에 집중하는 경향을 보이고 있다. 또 다른 주요 연구흐름은 김경환·이한식(2000), 이준희(2006), 박희석(2007) 등에서 볼 수 있듯이 주택가격 결정이론에 바탕을 둔 기초 주택가격 추정 및 공적분 분석 등을 통해 주택가격 거품의 존재 유무를 검증하는 것이다. 이 밖에도 지규현·김진유(2006)는 여타 OECD 국가의 경우 저금리가 임대료 수입의 증가를 가져옴으로써 주택수요를 증가시켜 주택가격이 상승한 반면, 상대적으로 임대시장이 덜 발달한 우리나라는 자본이득을 취하고자 하는 개인 투자자들이 주택가격을 상승시킨 측면이 강하다고 분석했다.

한편 통화정책과 자산가격의 변동에 대한 분석에 있어 기존의 논의들은 주로 콜금리 변경 충격보다는 통화량 등 유동성 지표와 자산가격간의 상관관계에 보다 집중하고 있다. 이는 2000년 이후에야 물가안정목표제 도입과 더불어 금리중시 통화정책이 시작된 데 기인하는 것으로 보인다. 정규일(2006)은 자산가격의 단기조정과정에 대해 오차수정모형을 이용하여 추정한 뒤, 주택가격과 유동성은 상호 양의 영향을 미치며 이러한 효과는 1996년 이후 더욱 확대되었다고 분석하였다. 임호열(2005)은 부동산가격 변동이 내재적 요인 때문인지 버블의 결과인지를 중앙은행이 구분할 수 있으면, 물가와 부동산가격 안정을 동시에 추구하는 통화정책이 물가안정만을 고집하는 경우보다 경제안정에 보다 효과적임을 보여주었다. 한편 김경환(2003)은 거시·금융관련 변수와 부동산가격간의 이론적 논의와 실증분석을 통해 주택문제가 본질적으로 지역마다 다르기 때문에 경제전체를 대상으로 삼는 거시 경제정책 수단을 가지고 주택정책 목표를 달성하는 데 많은 제약이 따름을 보여주었다.

---

3) 김봉호(2005)의 경우 실질이자율, 주택기대가격, 토지가격, 주택가격의 4개 변수로, 박헌수·김태경(2008)의 경우 강남, 용인, 평촌, 분당 4개 지역의 주택가격으로 VAR를 구성.

## IV. 실증 분석

### 1. 분석모형

본장에서는 기초경제 여건을 고려한 거시 베이지언 VAR 모델을 기반으로 하여 거시실물변수 및 콜금리를 포함한 금융변수와 주택가격간의 동태적 상관관계에 대한 분석을 시도했다. 이를 위해 Villani(2008)의 방법론을 활용하여 정상상태(steady state)의 사전정보(prior)를 이용한 베이지언 VAR 방법론을 이용한다. 일반적인 VAR 대신 베이지언 VAR을 활용하는 근거는 경제 시계열 자료에 대한 사전정보(prior)를 이용하여 VAR 방정식의 동적 계수(dynamic coefficient) 및 상수항(deterministic coefficient)에 적절한 제약을 가함으로써 흔히 VAR의 약점이라고 일컬어지는 curse of dimensionality 문제<sup>4)</sup>를 완화시킬 수 있기 때문이다. 특히 Litterman(1986)이 소위 Litterman prior(혹은 Minnesota prior)를 창안·적용해 샘플밖 예측(out-of-forecast)에서의 베이지언 VAR의 탁월한 예측능력을 보여준 이후 거시경제의 응용분석에 광범위하게 활용되고 있다.

베이지언 VAR은 대체로 <그림 5>와 같은 절차로 추정된다. 다양한 분석에 활용될 수 있는 사후적 결합확률밀도함수(posterior joint probability density function, 줄여서 posterior joint pdf)는 식 (1), (2)에서와 같이 베이즈룰(Bayes' Rule)을 기초로 사전적 확률밀도함수(prior pdf)와 로그우도함수(log likelihood function)의 곱에 비례하는 식으로 도출<sup>5)</sup>될 수 있다.

$$p(x, \theta) = p(x|\theta)p(\theta) = p(\theta|x)p(x) \quad \text{따라서} \quad p(\theta|x) = \frac{p(\theta)p(x|\theta)}{p(x)} \quad (1)$$

이 때  $p(x, \theta)$ 는 결합확률밀도함수(joint pdf),  $x$ 는 관찰치 벡터,  $\theta$ 는 모수벡터를 각각 나타낸다.  $p(x) \neq 0$ 이라는 전제하에 식 (1)은 식 (2)와 같이 정

4) 제한된 데이터 시계열에 비해 추정해야 하는 모수가 많아 추정결과의 신뢰성이 저하되는 문제를 말한다.

5) 보다 구체적인 논의는 Zellner(1971) 참고.

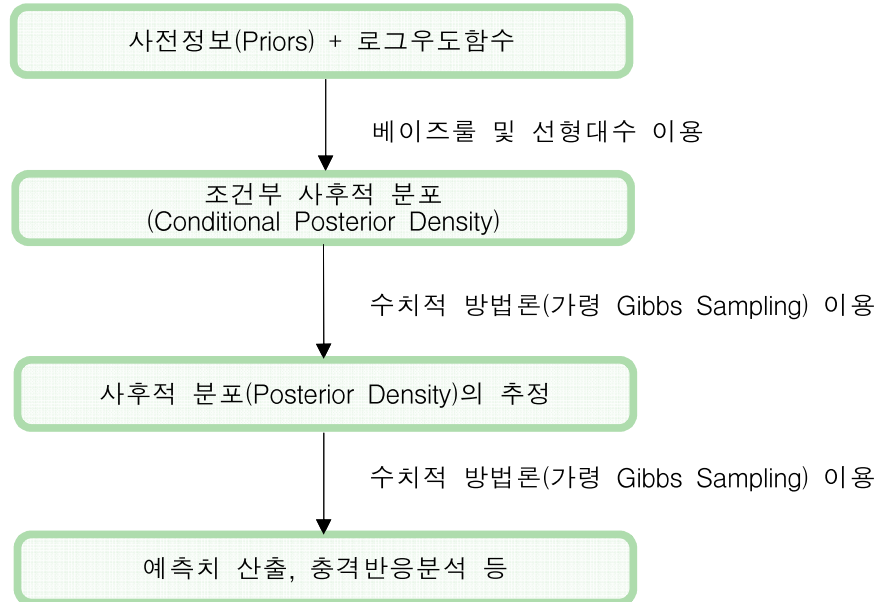
리될 수 있다. 이 때  $\propto$ 는 비례함을 의미하는 기호이며,  $p(\theta|y)$ 는 실현된 관찰치 조건하 모수 벡터의 사후적 확률밀도함수(posterior pdf)가 된다.

$$p(\theta|x) \propto p(\theta)p(x|\theta) \quad (2)$$

$$\propto \text{prior pdf} \times \text{likelihood function}$$

<그림 5>

베이지언 VAR 전체 흐름도



## 2. 분석자료 선택과 사전정보 설정

본고에서는 Smets & Jarocinski(2008)의 VAR 변수 구성 체계를 원용하여 주요 거시경제 변수를 포함하는 10변수 VAR 시스템을 구성하였으며 사용된 시계열 자료는 <표 1>에 요약되어 있다. 동 VAR 시스템에는 국민소득, 소비지출, 물가 등 주요한 거시경제 부문과 주택가격 및 주거용 건설투자 등 주택시장 부문, 콜금리, 가계대출, 통화량 등 금융시장 부문, 그리고 마지막으로 소규모 개방경제인 우리나라의 특성을 고려해 원/달러 명목환

율로 대표되는 외환 부문이 포함된다.

<표 1> 시계열 자료

축약기호	변수 설명	편제
$cp_t$	원화 환율로 환산한 국제 원유가격(원자재 가격)	$\Delta \log(\text{원유가격}_t)$
$y_t$	실질 GNI의 로그 차분	$\Delta \log(GNI_t)$
$c_t$	실질 소비지출(민간+정부)의 로그 차분	$\Delta \log(\text{소비}_t)$
$p_t$	GDP deflator의 로그 차분	$\Delta \log(GDP\text{deflator}_t)$
$hi_t$	실질 GNI대비 주거용 건설투자의 로그 비율	$\log(\text{주거용건설투자} / GNI_t)$
$hp_t$	국민은행 전국주택가격의 로그 차분과 GDP deflator 로그 차분의 차이 (실질 주택가격)	$\Delta \log(\text{주택가격}_t) - \Delta \log(GDP\text{ deflator}_t)$
$i_t$	Call 금리	-
$hl_t$	실질 GNI대비 가계대출(은행+비은행)의 로그 비율	$\log(\text{가계대출}_t / GNI_t)$
$m_t$	M2 평잔의 로그 차분	$\Delta \log(M2_t)$
$k_t$	원/달러 분기평균 명목 환율	-

자료: 국제 원유가격: IFS, 주택가격: 국민은행, 그 외 모든 통계: 한국은행 ECOS

국제원유가격 및 통화량은 소위 물가퍼즐(price puzzle) 및 유동성퍼즐(liquidity puzzle)에 대한 Sims(1986, 1992)의 제안 이후 대다수 거시경제 VAR 모형 설정시 주요 변수로 활용되어 왔다. 물가퍼즐이란 단기 명목금리 상승 충격시 물가상승률이 통상 떨어져야 하나 VAR 모형에서 물가상승률이 오히려 상승 반응하는 현상을 일컫는 데, Sims(1992)는 미래의 인플레이션 기대 등 공급방면에서의 충격<sup>6)</sup>을 반영할 수 있는 1차 상품가격 변수를 도입함으로써 동 퍼즐을 상당부분 완화할 수 있음을 제시했다. 한편, 유동성퍼즐이란 통화량 공급증가 충격시 통상 단기 명목금리가 하락해야 하나 이런 이론적 예측과는 반대로 VAR 모형에서 단기 명목금리가 오히려 상승 반응하는 현상으로 Sims(1986)는 통화수요 충격(통화량 충격)과 통화공급 충격(정책금리 충격)을 분리함으로써 동 퍼즐 문제를 완화할 수 있다고 역설했다.

6) 콜금리 상승 충격은 단기적으로 경제전체의 유효수요(총수요)를 위축시킴으로써 물가수준이 하락하는 경로만을 통상적으로 고려하는 반면, 석유파동과 같은 공급방면의 충격에 따른 물가변동은 콜금리 상승 충격과는 별개의 전달 경로라고 할 수 있다.

통상적인 시차연산자(lag operator)를 써서 기본 VAR 시스템에 대해 간략히 설명하면 다음과 같이 요약될 수 있다. 즉,  $\Pi(L)x_t = \Phi + \varepsilon_t$ ,  $\Pi(L) = I_p - \Pi_1 L - \Pi_2 L^2 - \dots - \Pi_k L^k$  여기서  $k$ 는 시차변수의 개수(본고에서는  $k=5$ ),  $p$ 는 내생변수의 개수(본고에서는  $p=10$ )를 각각 의미하며  $x_t, \Phi, \varepsilon_t$ 는 모두  $p \times 1$  행렬이다. 이 때  $x_t = [cp_t \ y_t \ c_t \ p_t \ hi_t \ hp_t \ i_t \ hl_t \ m_t \ fx_t]$ 이다. 한편 통상적으로 정의하듯이 교란항은 다음과 같이 정규분포를 따른다고 가정한다. 즉,  $\varepsilon_t \sim N_p(0, \Sigma)$ 이다. 본고에서는 일반적인 VAR 형태보다는 식 (3)과 같이 VAR의 정상상태 형태(혹은 mean-adjusted form)를 이용하는 데, 시계열의 비조건부 평균이 바로  $\Psi$ 로 표시될 수 있는 장점이 있기 때문이다.

$$\Pi(L)x_t = \Phi + \varepsilon_t \implies \Pi(L)(x_t - \Psi) = \varepsilon_t \quad (3)$$

이 때 추정해야 되는 모수 벡터는 오차항의 공분산 행렬인  $\Sigma$ , 동적계수의 모수 행렬인  $\Pi$ , 그리고 정상상태의 모수 벡터인  $\Psi$  등 모두 3개가 된다.

미네소타 prior는 Litterman prior라고도 불리는 데, 앞서 살펴보았듯이 Litterman(1986)이 동 prior를 이용해 VAR의 샘플밖(out-of-sample) 예측 능력의 우월성을 보여준 이후 베이지언 VAR 방법론에서 가장 널리 활용되어 왔다. 동 prior는 크게 두 가지의 특징으로 대별된다. (1) 시차(lag)가 길어질수록 동적계수를 추출하는 분포가 더욱 평균 '0'에 집중하도록 설계하는 데, 이는 시차(lag)가 길어질수록 각 시차변수가 현재 변수에 미치는 영향력이 감소함을 의미한다.(본고에서는 5 시차변수를 사용) (2) 또한 동일 변수와 비교시 다른 변수의 영향력이 감소하도록 다른 변수의 표준편차를 평균 '0'에 더욱 가깝게 분포토록 설계한다. 이상의 논의는 식 (4)를 보면 쉽게 이해할 수 있다. 가령, 국민소득( $GNI$ )의 차분변수(혹은 수준변수)인 경우 전 분기 국민소득 변수의 계수인  $\alpha_1$ 을 확률추출(random sampling)함

에 있어 평균은 '0'(1)이고 표준편차는 임의의 값인  $\lambda$ 인 분포에서 추출하도록 하며 전전 분기 국민소득변수의 계수인  $\alpha_2$ 를 추정할 경우에는 평균은 0, 표준편차는  $\lambda$ 보다 더 작은  $\lambda/2$ 인 분포에서 추출토록 설계한다.

$$GNI_t = \alpha_1 GNI_{t-1} + \alpha_2 GNI_{t-2} + \beta_1 M_{t-1} + \beta_2 M_{t-2} + \varepsilon_t \quad (4)$$

$(0, \lambda)$        $(0, \lambda/2)$        $(0, \theta\lambda\sigma_1/\sigma_2)$        $(0, \theta\lambda\sigma_1/2\sigma_2)$

한편  $M_{t-1}$ 을 전 분기 통화증가율이라고 할 경우  $\beta_1$ 의 추정에 사용되는 분포는 평균 0, 표준편차  $\lambda\theta$ 로  $\theta$  값이  $0 \leq \theta \leq 1$ 인 경우  $\lambda$ 보다 그 값이 작아짐을 확인할 수 있다. 이 때  $\sigma_1/\sigma_2$ 는 각 변수 교란항 표준편차의 비율로서 서로 다른 두 변수간의 변동성의 정도차이를 반영해주는 기술적인 항목이다. 두 분기 전 통화증가율에 해당하는  $\beta_2$  계수 추정을 위한 분포의 표준편차는  $\lambda\theta/2$ 로서 더욱 평균 0에 근접하게 설계되어 있다.

기존의 미네소타 prior는 동적계수(dynamic coefficients)에 대해서만 prior를 설정한 데 비해 Villani(2008)는 상수항(deterministic coefficients)에 대해서도 prior를 설정했는데, 이는 국민경제가 장기적으로는 결국 정상상태 혹은 장기균형수준으로 복귀한다고 보고 장기균형에 대한 적절한 정보를 각 상수항의 prior로 설정한 것이다. 이러한 prior는 정상상태를 명확히 설정한 DSGE 모델과의 정책효과 및 예측력 비교 등에 유용하게 쓰일 수 있으며, 특히 정상 시계열을 이용한 VAR 모델에서 내생변수들의 장기 예측에 동 prior가 탁월한 능력을 보이고 있다.(Villani(2008) 참고)

본장에서는 우리나라의 역사적인 잠재성장률, 물가상승률 등 거시경제변수들에 대한 대체적인 상식과 기존의 거시경제이론을 원용하여 prior 평균을 설정하였으며 표준편차는 외환위기 등의 다양한 경제적 사건들을 고려하여 다소 넓게 설정했다. 원용된 거시경제이론은 아래와 같이 정리될 수 있으며 구체적인 prior 및 posterior 평균 및 표준편차는 <표 2>에 정리되

어 있다. 국민소득( $y$ )은 우리나라의 잠재성장률, 물가( $p$ )는 물가안정목표제의 목표치를 각각 참고했다. 주택가격( $hp$ )의 경우 명목 주택가격은 장기균형에서는 물가상승률과 동일하게 변동한다고 보고 실질 주택가격 변동률은 '0'으로 설정했다. 국제원유가격( $cp$ )은 장기균형에서 물가상승률과 동일하게 변동한다고 가정했다. 콜금리( $i$ ) 즉 명목이자율은 피셔방정식<sup>7)</sup>을 이용해 실질이자율( $y$ )과 물가상승률( $p$ )의 합계로 산정했다. 한편, 통화증가율( $m$ )은 교환방정식( $MV = PY$ )을 이용해서 설정했으며 마지막으로 소득대비 가계대출 로그비중( $hl$ ), 원/달러 명목 환율( $fx$ ), 소득대비 주거용 건설투자 로그비중( $hi$ ) 등은 역사적 데이터를 고려해 설정했다.

본고의 베이저언 분석에서는 세 개의 모수 벡터에 대해 각각의 prior가 필요한 데 동 prior를 바탕으로 도출된 사후적 연결확률밀도함수(posterior joint pdf)<sup>8)</sup>는 아래와 같이 요약될 수 있다. 식 (5)에서 볼 수 있듯이  $\Sigma$ 에 대한 prior는 베이저언 VAR에서 흔히 이용되는 Jeffrey's prior를 이용하는데, 이는 오차항의 공분산에 대해 최소한의 정보만을 인지하고 있음을 의미하는 반면, 두 모수 벡터에 대해서는 앞서 논의했던 미네소타 prior와 정상상태 prior를 각각 적용해 상대적으로 보다 유용한 정보를 가지고 prior를 설정한다고 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 p(\Sigma) &\propto |\Sigma|^{-(p+1)/2} && : \text{Jeffrey's prior} \\
 \text{벡터 } \Pi &\sim N_{kp^2}(\theta_{\Pi}, \Omega_{\Pi}) && : \text{다변량 정규분포 - Minnesota priors} \\
 \text{벡터 } \Psi &\sim N_{pq}(\theta_{\Psi}, \Omega_{\Psi}) && : \text{다변량 정규분포 - 정상상태 priors} \quad (5)
 \end{aligned}$$

식 (5)의 prior를 기반으로 베이지언과 행렬 연산식 등을 활용해 식 (6), (7), (8)과 같이 조건부 사후적 확률밀도함수(conditional posterior pdf)를 도출할 수 있다.

7) 피셔방정식은 명목이자율( $i$ ) = 실질이자율( $r$ ) + 물가상승률( $p$ )로 정의되는 데 실질이자율은 장기 균형상태에서 통상 실질산출(혹은 실질소득)과 동일시된다.

8) 구체적인 도출과정에 대해서는 Villani(2008) 및 Son(2008) 등을 참고.



$$\Sigma \text{의 조건부 확률밀도함수: } p(\Sigma | \Pi, \Psi, I_t) \sim IW(E' E, T) \quad (6)$$

이 때  $IW$ 는 “inverted wishart” 분포를 의미하는 데, 이는 베이저언 VAR에서 통상적인 결과이며,  $E = [ \Pi(l)(x_t - \Psi) ] (T \times p)$ 를 의미하는 데 여기서  $[ \ ]$ 는 VAR에서 사용할 수 있는 형태로 재배열 된 데이터 행렬을 나타내고,  $T$ 는 전체 샘플의 길이를,  $I_t$ 는  $t$ 시점까지의 이용 가능한 데이터를 각각 의미한다.

$$\Pi \text{의 조건부 확률밀도함수: } p(\text{벡터 } \Pi | \Sigma, \Psi, I_t) \sim N_{kp^2}(\bar{\theta}_\Pi, \bar{\Omega}_\Pi) \quad (7)$$

이 때  $\bar{\Omega}_\Pi^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes X'_\Psi X_\Psi + \Omega_\Pi^{-1}$ ,  $\bar{\theta}_\Pi = \bar{\Omega}_\Pi [ \text{벡터}(X'_\Psi Y_\Psi \Sigma^{-1}) + \Omega_\Pi^{-1} \theta_\Pi ]$ ,  $Y_\Psi = [ x_t - \Psi ] (T \times p)$ ,  $X_\Psi = [ x_{t-1} - \Psi, \dots, x_{t-k} - \Psi ] (T \times pk)$ 이다.

$$\Psi \text{의 조건부 확률밀도함수: } p(\text{벡터 } \Psi | \Sigma, \Pi, I_t) \sim N_p(\bar{\theta}_\Psi, \bar{\Omega}_\Psi) \quad (8)$$

이 때  $\bar{\Omega}_\Psi^{-1} = U'(D'D \otimes \Sigma^{-1})U + \Omega_\Psi^{-1}$ ,  $\bar{\theta}_\Psi = \bar{\Omega}_\Psi [ U' \text{벡터}(\Sigma^{-1} Y'D) + \Omega_\Psi^{-1} \theta_\Psi ]$ ,  $Y = [ \Pi(L)x_t ]$ ,  $U = (I_p, \Pi'_1, \dots, \Pi'_k)$ ,  $D = [ 1, -1, \dots, -1 ] (T \times (k+1))$ 이다.

<도표 1>에서 이미 살펴보았듯이 사후적 결합확률밀도함수(posterior joint pdf)는 분석적 방법(analytical method)으로 풀리지 않아서 Gibbs Sampling과 같은 수치적(numerical) 방법론을 활용해야 한다. Gibbs Sampling 방법론의 핵심<sup>9)</sup>은 오직 조건부 분포에서 각각의 모수 벡터를 순차적으로 하나씩 추출한다는 것으로 표본수가 커지게 되면 조건부 분포에서 추출한 모수 벡터들이 결국은 사후적 결합확률밀도함수(posterior joint pdf)에서 추출한 모수로 수렴하게 된다는 것이다. 방법론에 대한 증명과는 달리 동 방법론의 알고리즘은 상대적으로 간단한 데 다음과 같이 정리될 수 있다.

(1단계) 임의의 초기 값을 선택  $(\Sigma^0, \Pi^0, \Psi^0)$

9) 보다 구체적인 논의는 Smith & Roberts(1993) 참고.

(2단계) 순차적으로 조건부 분포에서 모수 벡터를 확률추출

$\Sigma^1$  를  $p(\Sigma|\Pi^0, \Psi^0)$ 에서 추출

$\Pi^1$ 를  $p(\Pi|\Sigma^1, \Psi^0)$ 에서 추출

$\Psi^0$ 를  $p(\Psi|\Sigma^1, \Pi^1)$ 에서 추출

$\Sigma^2$  를  $p(\Sigma|\Pi^1, \Psi^1)$ 에서 추출

$\Pi^2$ 를  $p(\Pi|\Sigma^2, \Psi^1)$ 에서 추출

$\Psi^2$ 를  $p(\Psi|\Sigma^2, \Pi^2)$ 에서 추출

⋮

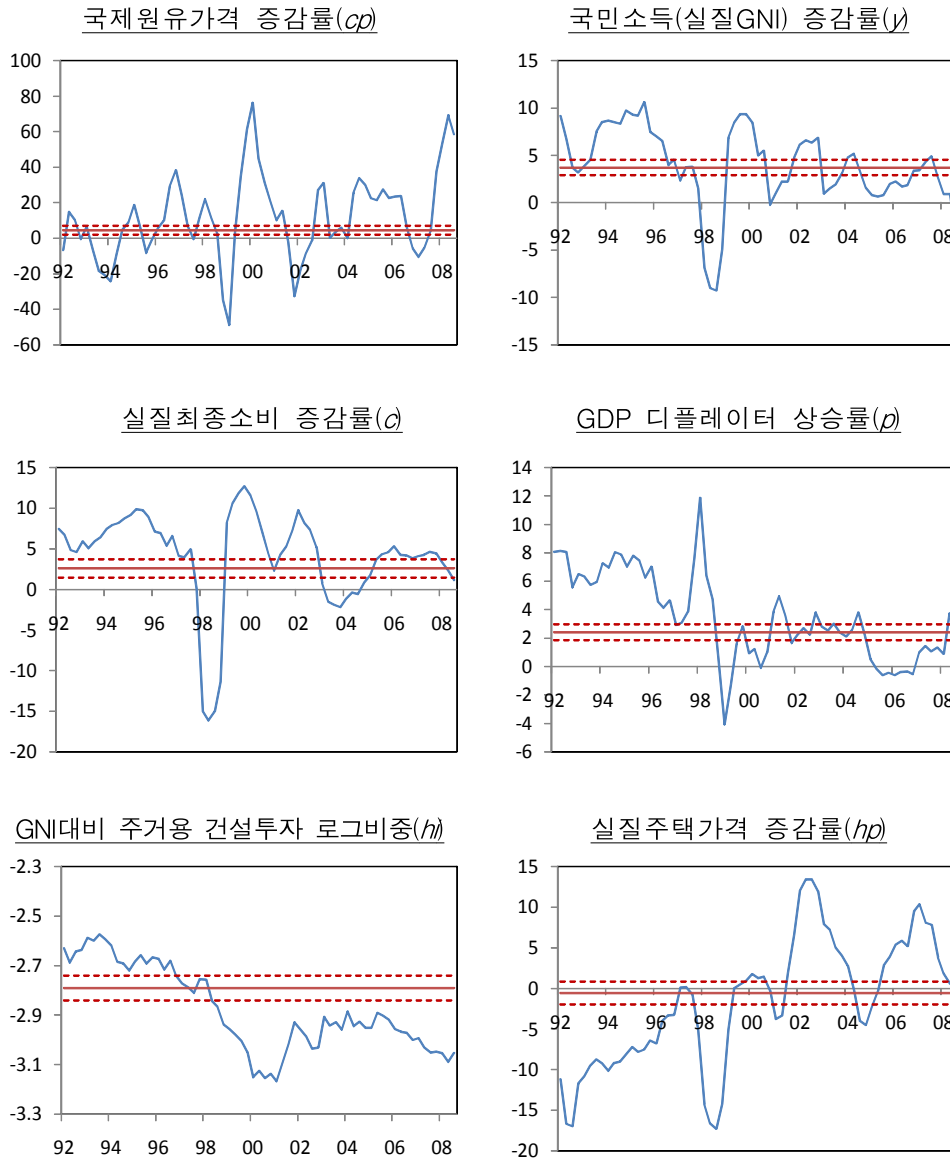
(3단계) 위의 단계를 지속해서  $m$ 개의 모수 벡터를 추출, 가령  $m=1000$

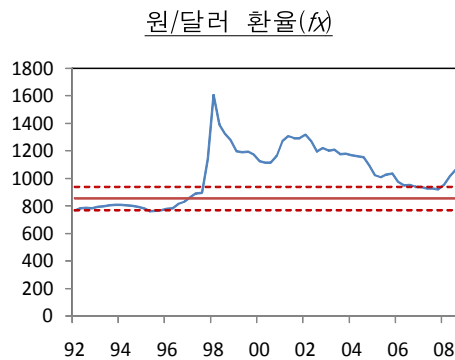
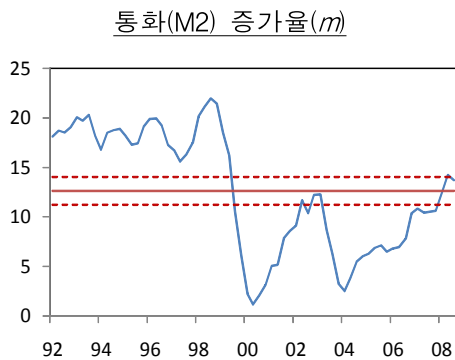
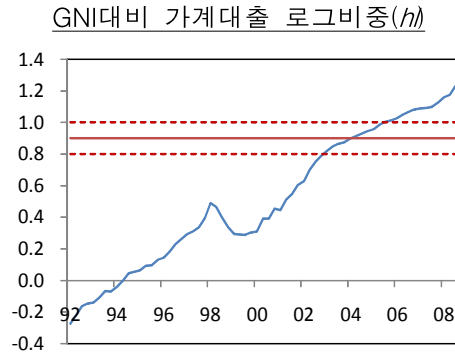
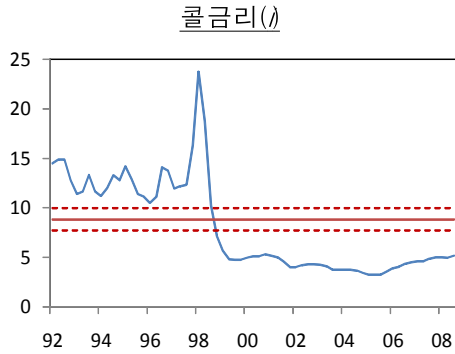
<표 2>에서는 정상상태 prior와 posterior의 평균과 표준편차가 나타나 있는데, 대체로 prior 평균과 그 표준편차 범위 안에서 posterior 평균이 추정되었으며 그 표준편차도 prior에 비해서 작게 나타났다. 다만 외환위기 이후 다양한 금융·경제적 충격 등을 반영하는 등 소비지출( $c$ ), 통화량( $m$ ), 원/달러 환율( $f_x$ ) 등 몇몇 변수는 posterior의 평균이 prior에서 다소 벗어나 있음을 확인할 수 있다. <그림 6>에서는 데이터 시계열 및 추정된 posterior 평균과 표준편차가 나타나 있다.

<표 2>                      정상상태 Prior 및 Posterior 평균과 표준편차

	$cp_t$	$y_t$	$c_t$	$p_t$	$hi_t$	$hp_t$	$i_t$	$hl_t$	$m_t$	$f_x$
Prior Mean	3.0	5.0	5.0	3.0	-2.7	0.0	8.0	0.5	8.0	1,000
Prior Std.	3.0	3.0	3.0	2.0	1.0	2.0	5.0	0.5	5.0	300
Posterior Mean	4.50	3.72	2.59	2.41	-2.79	-0.56	8.83	0.90	12.64	854
Posterior Std.	2.48	0.83	1.13	0.57	0.05	1.42	1.13	0.10	1.42	84

<그림 6> 내생변수와 추정된 사후적(Posterior) 평균 및 표준편차





### 3. 실증분석 결과

#### 가. 모형식별 및 충격반응분석

VAR 모형에서 구조분석을 위한 식별<sup>10)</sup>과 관련하여 본고에서는 3가지 접근법을 활용한다. 우선 대중적으로 널리 활용되고 있는 콜레스키 분해(Choleski decomposition)를 이용하는 데 동 식별체계는 간결한 방식이나 변수의 외생성 순위를 임의로 설정하는 약점이 있다. 본고에서의 외생성 순위는 Smet & Jarocinski(2008)<sup>11)</sup>를 원용해 국제원유가격의 외생성이 가장 높고 이후 실물부문 → 부동산부문 → 금융부문 → 외환부문의 순서로 설정했다. 즉 국제원유가격( $cp$ ) → 국민소득( $y$ ) → 소비지출( $c$ ) → 물가( $p$ ) →

10) 통화정책 식별에 대한 보다 구체적 논의는 김소영(2007) 참고.

11) Smet & Jarocinski(2008)에서는 국제원유가격(혹은 상품가격)의 대응변수로 주식시장의 실시간 평균가격(spot average)을 이용함에 따라  $cp$ 를 금융부문에 포함시켰다.

주거용 건설투자( $hi$ ) → 주택가격( $hp$ ) → 콜금리( $i$ ) → 가계대출( $hl$ ) → 통화량( $m$ ) → 원/달러 환율( $fx$ ) (이후 “기준모델”로 표기). 환율은 Kim & Roubini(2000)를 따라 미래의 자산 가격으로서 시장의 모든 변수에 동시적으로 영향을 받을 수 있는 가장 내생성이 강한 변수로 설정했다.

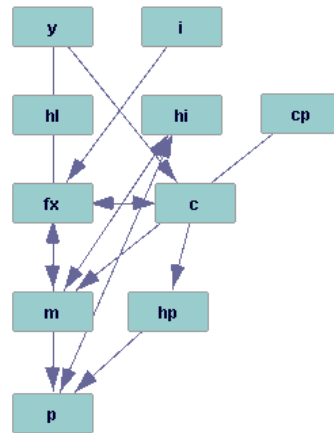
한편 상기의 기준모델과는 별개로, DAG(Directed Acyclic Graphs)<sup>12)</sup>에 기반을 둔 연역적 인과추론(inductive causation) 방법론을 활용해 변수들 자체 내의 통계적 상관관계를 이용해 인과흐름을 유추했다. 여기서 DAG는 교란항간의 동시적 인과흐름을 한 눈에 볼 수 있도록 요약해주는 그래프를 지칭한다. 본 방법론의 핵심은 내생변수들의 교란항을 이용해 (1) 두 변수간에 제3의 변수 조건하의 상관관계를 확인(제3의 변수 조건하에 상관관계가 없다고 확인되면 논외)한 뒤 (2) 확인된 조건부 상관관계에 대해 적절한 절차를 적용해 두 변수간 인과흐름을 결정하는 통계적 기법이다. 본고에서는 DAG에서 널리 활용되고 있는 PC 및 GES의 두 가지 알고리즘을 적용해 변수의 외생성 순위 및 인과흐름에 대한 두 가지 대안적인 모형 식별을 이용했다. (이후 DAG-PC 및 DAG-GES로 각각 표기).

<그림 7>와 <그림 8>에서 살펴볼 수 있듯이 DAG를 통해 유추한 인과흐름은 위에서 임의로 설정되었던 인과흐름과 다소 상이한 모습을 보이고 있다. 우선 DAG-PC의 경우 국민소득( $y$ )과 콜금리( $i$ )의 외생성 순위가 가장 높게 나왔으며 이후 원/달러 환율( $fx$ ), 주거용 건설투자( $hi$ ), 가계대출( $hl$ ), 국제원유가격( $cp$ ), 소비지출( $c$ ) 등은 대체로 대등한 외생성 순위를 점하였으며 통화량( $m$ ), 주택가격( $hp$ ), 물가( $p$ ) 등은 상기의 변수들에 의해 인과유도되는 것으로 나타났다. 본고에서는 <그림 7>을 바탕으로 국민소득( $y$ ) → 콜금리( $i$ ) → 국제원유가격( $cp$ ) → 가계대출( $hl$ ) → 주거용 건설투자( $hi$ ) → 원/달러 환율( $fx$ ) → 소비지출( $c$ ) → 주택가격( $hp$ ) → 통화량( $m$ ) → 물가( $p$ ) 순으로 인과흐름을 설정했다.

12) 보다 구체적인 논의를 위해서는 Spirtes et. al.(2000) 참고하고, 본장에서 이용한 PC 및 GES 알고리즘 등에 대한 구체적인 해설 등은 <부록1> 참고.

<그림 7>

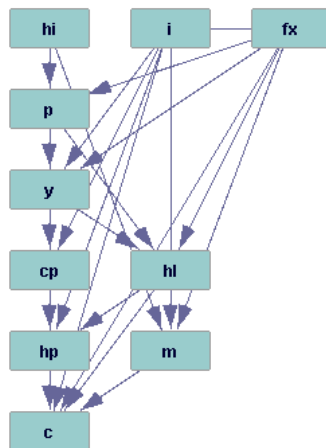
DAG-PC의 인과흐름



DAG-GES의 경우 <그림 8>에서와 같이 DAG-PC의 경우보다 다소 선명한 인과흐름을 도출해 주는 데, 본고에서는 이를 반영하여 주거용 건설투자( $hi$ ) → 원/달러 환율( $fx$ ) → 콜금리( $i$ ) → 물가( $p$ ) → 국민소득( $y$ ) → 가계대출( $hl$ ) → 국제원유가격( $cp$ ) → 통화량( $m$ ) → 주택가격( $hp$ ) → 소비지출( $c$ ) 순의 인과흐름을 설정했다.

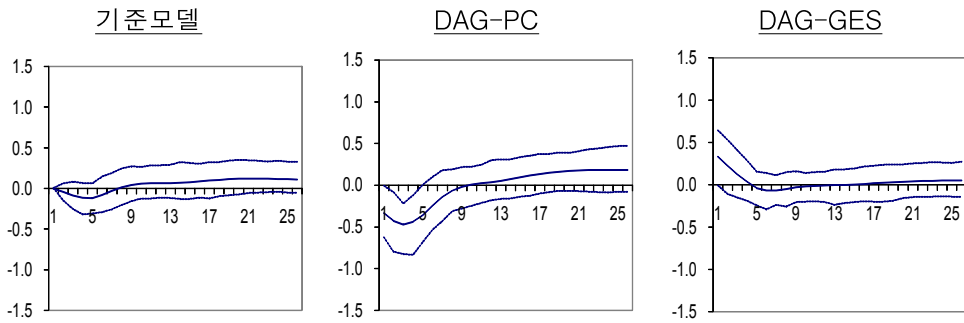
<그림 8>

DAG-GES의 인과흐름



모형에 대한 식별을 마친 후 우선 콜금리 1%p 상승 충격(실물 및 물가 등에 음의 효과 기대)에 대한 주택가격 변동률의 반응이 <그림 9>에 나타나 있다. 식별체계마다 통화정책에 대한 주택가격 변동률의 충격반응에 다소간의 차이가 있음을 확인할 수 있다.

<그림 9> 통화정책 충격에 대한 주택가격 변동률의 반응



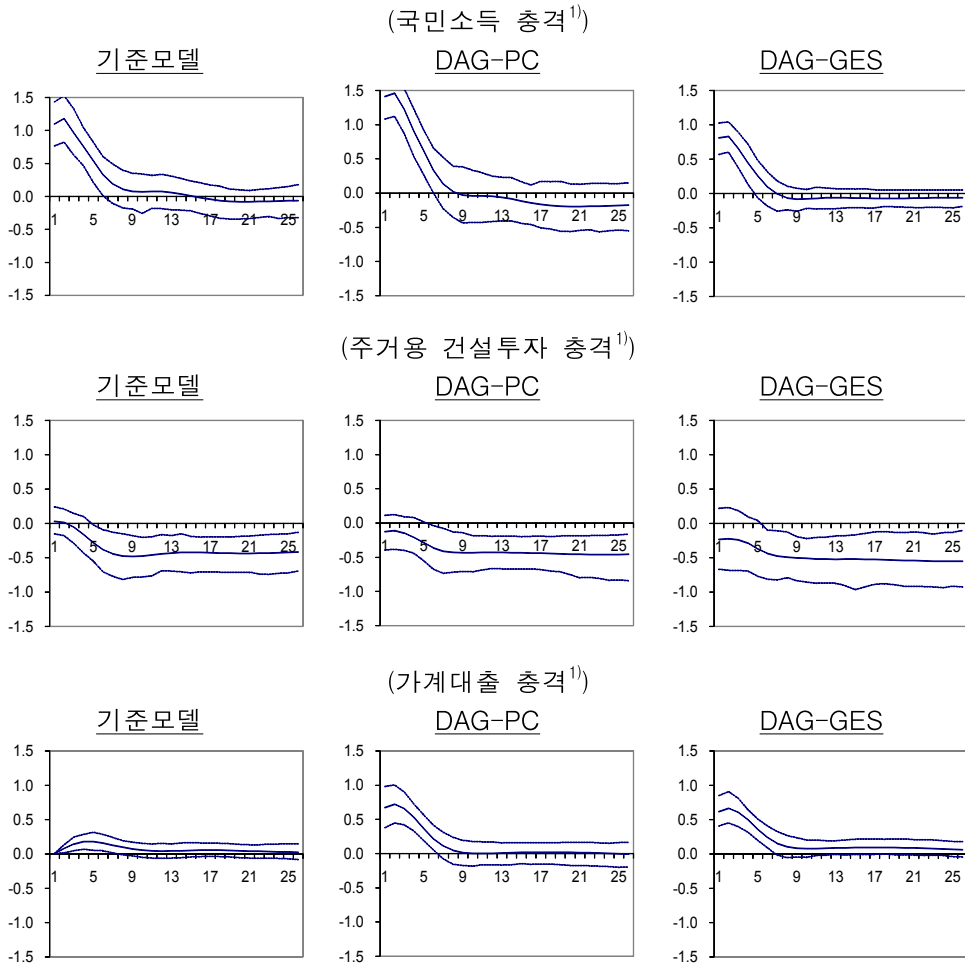
주: 점선은 1000번의 표본 추출을 바탕으로 한 68% 확률밴드(probability bands)

기준모델의 경우 콜금리 1%p 상승 충격은 5분기 후에 최고 0.1%p 내외로 주택가격 변동률을 하락시키는 데, 확률밴드가 충격 반응 후 전 기간에 걸쳐서 '0'을 포함하는 등 통계적 유의성은 낮은 것으로 나타났다. DAG-PC의 경우, 3분기 후 최고 0.5%p 내외까지 통계적으로 유의하게 주택가격 변동률을 하락시키는 반면, DAG-GES의 경우는 뚜렷한 반응을 보이지 않는 것으로 나타났다.

한편 <그림 10>에서 확인할 수 있듯이 주택가격 변동률의 반응은 대체로 국민소득( $y$ ), 물가( $p$ ), 주거용 건설투자( $hi$ ) 등의 실물변수 및 가계대출( $hl$ ) 등의 충격에 통계적으로 보다 유의미하며 그 반응계수도 높게 나타났다. 실물경제충격 가운데 국민소득충격이 물가나 주거용 건설투자 충격과 달리 곧바로 주택가격 변동에 영향을 준 것으로 나타났으며 특히 주거용 건설투자 충격은 2~3년에 걸쳐 나타났다.

<그림 10>

실질 및 금융충격에 대한 주택가격 변동률 반응



주: 1) 각 변수의 1 표준오차(standard deviation) 상승 충격을 상징  
 2) 점선은 1000번의 표본 추출을 바탕으로 한 68% 확률밴드(probability bands)

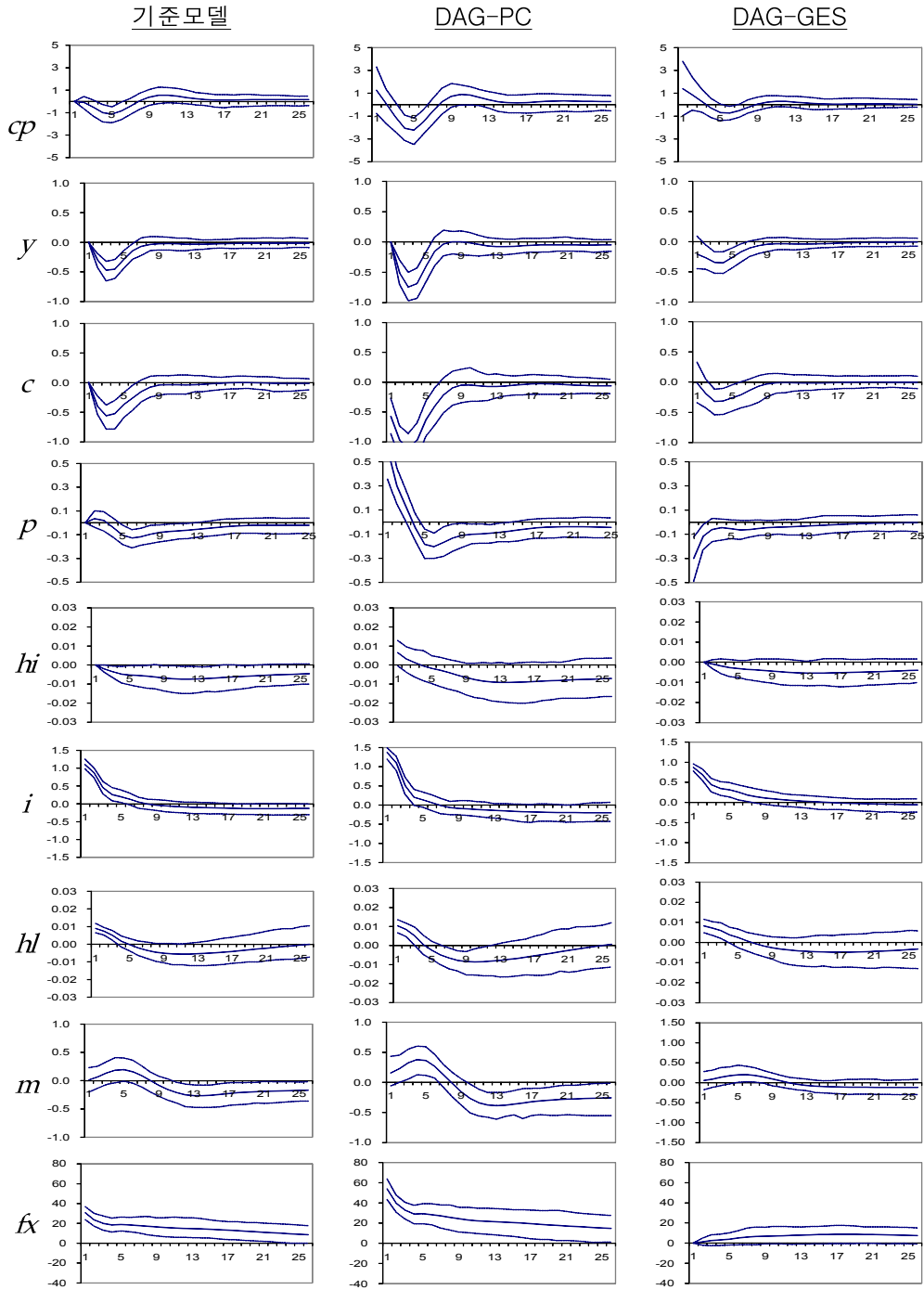
여타 거시변수의 콜금리 상승 충격에 대한 반응은 <그림 11>에서 볼 수 있듯이 시차의 차이는 있지만 대체로 예상된 반응경로(stylized facts)를 시현한 가운데, 특히 국민소득( $y$ ) 및 소비지출( $c$ )의 반응은 상당한 크기의 충격반응을 보여주고 있다. 콜금리 상승 충격시 DAG 모형의 화폐수요( $m$ ) 등에서 초기 몇 분기에 걸쳐 예상과는 달리 반응계수가 약간 상승하는 등 다소 예상된 반응경로를 벗어나는(puzzling)<sup>13)</sup> 모습도 나타났다. 이는 유동성 제약 등으로 경제주체들이 명목금리의 변동에 덜 민감하게 반응하는 것으로 보인다.

13) 한편 수준 변수를 이용한 VAR의 충격반응분석시 콜금리 변경에 대한 각 변수의 반응에서 예상된 경로를 벗어나는 모습이 다수 나타남에 따라 이후의 논의에서 제외.



<그림 11>

통화정책 상승 충격에 대한 여타 변수의 반응



주: 점선은 1000번의 표본 추출을 바탕으로 한 68% 확률밴드(probability bands)

## 나. 예측오차 분산분해 및 역사적 분해

예측오차 분산분해(Forecast Error Variance Decomposition) 분석을 통해 주택가격 변동률의 예측오차에 대한 각 내생변수 충격의 설명정도를 살펴 보았다. <표 3>에서 볼 수 있듯이 우선 기준모델에 있어 주거용 건설투자( $hi$ ), 국제원유가격( $cp$ ), 국민소득( $y$ ), 소비지출( $c$ ), 물가( $p$ ) 등 대체로 실물 변수 충격의 설명비중이 높게 나타난 반면, 콜금리( $i$ ), 통화량( $m$ ), 원/달러 환율( $fx$ ) 충격 등의 설명비중은 낮게 나타났다. 특히 주거용 건설투자( $hi$ ) 충격의 설명력은 중장기에 있어서 상당한 비중을 차지하는 것으로 추정되었다.

<표 3> (기준모델) 각 내생변수의 주택가격 변동률에 대한 설명력

변수	분산분해 결과				
	0	1~4	5~8	9~12	13~16
$cp$	0.233	0.171	0.156	0.174	0.221
$y$	0.204	0.233	0.019	0.002	0.014
$c$	0.196	0.206	0.014	0.016	0.037
$p$	0.078	0.071	0.026	0.054	0.034
$hi$	0.001	0.095	0.700	0.645	0.525
$hp$	0.288	0.137	0.008	0.029	0.039
$i$	0.000	0.007	0.012	0.046	0.083
$hl$	0.000	0.021	0.020	0.005	0.005
$m$	0.000	0.055	0.028	0.006	0.016
$fx$	0.000	0.003	0.017	0.023	0.025

주: 분산분해 결과는 주택가격 변수의 예측오차중 각 변수의 충격에 의해 설명되는 부분의 비중을 나타내며 각 값은 기간중 평균치이다.

DAG-PC 모델의 경우 <표 4>에서 확인할 수 있듯이 물가( $p$ )을 제외한 실물변수 충격의 설명력 비중이 대체로 높게 나타났으며, 콜금리( $i$ ) 변경 등의 비중은 낮게 나타나는 등 기준모델과 대체로 비슷한 결과를 시현하였다.

<표 4> (DAG-PC) 각 내생변수의 주택가격 변동률에 대한 설명력

변수	분산분해 결과				
	0	1~4	5~8	9~12	13~16
<i>cp</i>	0.074	0.052	0.143	0.191	0.167
<i>y</i>	0.365	0.404	0.069	0.012	0.036
<i>c</i>	0.072	0.079	0.017	0.010	0.013
<i>p</i>	0.000	0.003	0.002	0.003	0.005
<i>hi</i>	0.003	0.023	0.597	0.754	0.692
<i>hp</i>	0.328	0.182	0.019	0.006	0.021
<i>i</i>	0.020	0.082	0.061	0.004	0.033
<i>hl</i>	0.064	0.102	0.041	0.000	0.000
<i>m</i>	0.000	0.021	0.038	0.001	0.014
<i>fx</i>	0.074	0.051	0.012	0.019	0.019

주: 분산분해 결과는 주택가격 변수의 예측오차중 각 변수의 충격에 의해 설명되는 부분의 비중을 나타내며 각 값은 기간중 평균치이다.

DAG-GES 모델의 경우는 <표 5>에 나타나 있듯이 실물 변수중 국민소득(*y*)과 물가(*p*) 충격의 비중이 높은 가운데 주거용 건설투자(*hi*) 및 원/달러 환율(*fx*) 충격의 비중도 상당부분을 차지하는 것으로 나타났다. 콜금리(*i*) 변경의 설명비중은 여전히 낮게 나타났다. 주택가격 변동률의 예측오차에 대한 분산분해 결과를 요약하자면 실물변수 충격의 설명력 비중과 비교시 콜금리 변경의 설명력 비중은 세 모델에 걸쳐 공통적으로 낮은 수준을 나타냈다고 할 수 있다.

<표 5> (DAG-GES) 각 내생변수의 주택가격 변동률에 대한 설명력

변수	분산분해 결과				
	0	1~4	5~8	9~12	13~16
<i>cp</i>	0.005	0.003	0.034	0.049	0.032
<i>y</i>	0.102	0.074	0.014	0.016	0.022
<i>c</i>	0.000	0.005	0.005	0.001	0.000
<i>p</i>	0.200	0.181	0.027	0.001	0.002
<i>hi</i>	0.007	0.047	0.640	0.739	0.655
<i>hp</i>	0.242	0.111	0.006	0.000	0.000
<i>i</i>	0.019	0.004	0.009	0.001	0.000
<i>hl</i>	0.068	0.117	0.105	0.035	0.037
<i>m</i>	0.003	0.033	0.062	0.006	0.030
<i>fx</i>	0.355	0.424	0.097	0.150	0.220

주: 분산분해 결과는 주택가격 변수의 예측오차중 각 변수의 충격에 의해 설명되는 부분의 비중을 나타내며 각 값은 기간중 평균치이다.

다음으로 역사적 분해 방법론을 통해 각 변수의 식별된(구조적) 충격이 2001년 이후의 주택가격 변동에 각각 얼마만큼의 기여를 했는지 분석해 보았다. 동 방법론은 각 변수의 식별된 충격들을 하나씩 제거한 뒤의 가상 주택가격의 변동률 경로와 실제 역사적으로 실현된 주택가격 변동률을 비교·분석하는 일종의 시뮬레이션 분석으로서 두 경로간에 차이가 크게 나타날수록 동 변수의 충격이 주택가격 변동에 큰 영향을 미쳤다고 볼 수 있다.

분석에 앞서 동 방법론의 이론적 토대를 살펴보면 다음과 같다. 우선 VAR에서 축약형과 구조형은 식 (9)와 (10)으로 각각 나타낼 수 있다.

$$x_t = \Pi_1 x_{t-1} + \Pi_2 x_{t-2} + \dots + \Pi_5 x_{t-5} + \varepsilon_t, \quad \text{var}(\varepsilon_t) = \Sigma \quad (9)$$

$$Bx_t = B_1 x_{t-1} + B_2 x_{t-2} + \dots + B_5 x_{t-5} + e_t, \quad \text{var}(e_t) = I_{10} \quad (10)$$

이 때 식 (10)을 이용해 식 (9)를 식 (11)처럼 쓸 수 있는데 여기서 식 (11)이 의미하는 바는  $t$  시점의 실제 실현치( $x_t$ )는  $t-1$  시점의 비조건부 예측치( $B^{-1}B_1 x_{t-1} + B^{-1}B_2 x_{t-2} + \dots + B^{-1}B_5 x_{t-5}$ )와 각 구조적(식별된) 충격의 가중평균 합( $B^{-1}e_t$ )으로 분해될 수 있음을 의미한다.

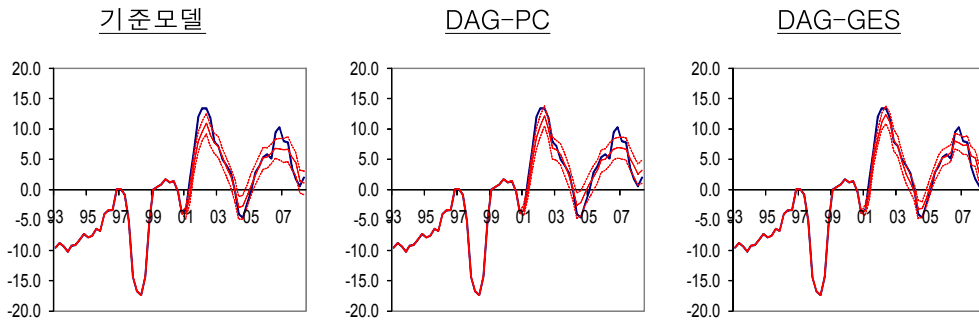
$$x_t = B^{-1}B_1 x_{t-1} + B^{-1}B_2 x_{t-2} + \dots + B^{-1}B_5 x_{t-5} + B^{-1}e_t \quad (11)$$

이 때  $B^{-1}e_t$ 에 구조적 충격들을 하나씩 제거하면서(여타의 구조적 충격들은 그대로 둠) 주택가격 변경의 가상 경로를 산출한 뒤 같은 기간의 실제 실현된 주택가격 변경과 상호 비교하는 분석기법이다.

<그림 12>에서 보듯이 주택투자 가열 분위기, 부동산관련 제도 변경 등 주택시장 자체 충격을 제외한 경우의 주택가격 변동은 2002년 및 2007년을 전후한 주택가격 급변동기에는 실제보다 다소 낮게 나타났다. 특히 2007년의 상승 및 하락국면에서 동 괴리가 더욱 크게 나타났다. 이는 국민소득 및

통화정책 등 동 모델에 포함된 실물 및 금융 경제변수들의 구조적 충격으로 설명되지 않는, 주택시장내의 충격은 주택가격 변동요인으로 작용하였음을 보여준다.

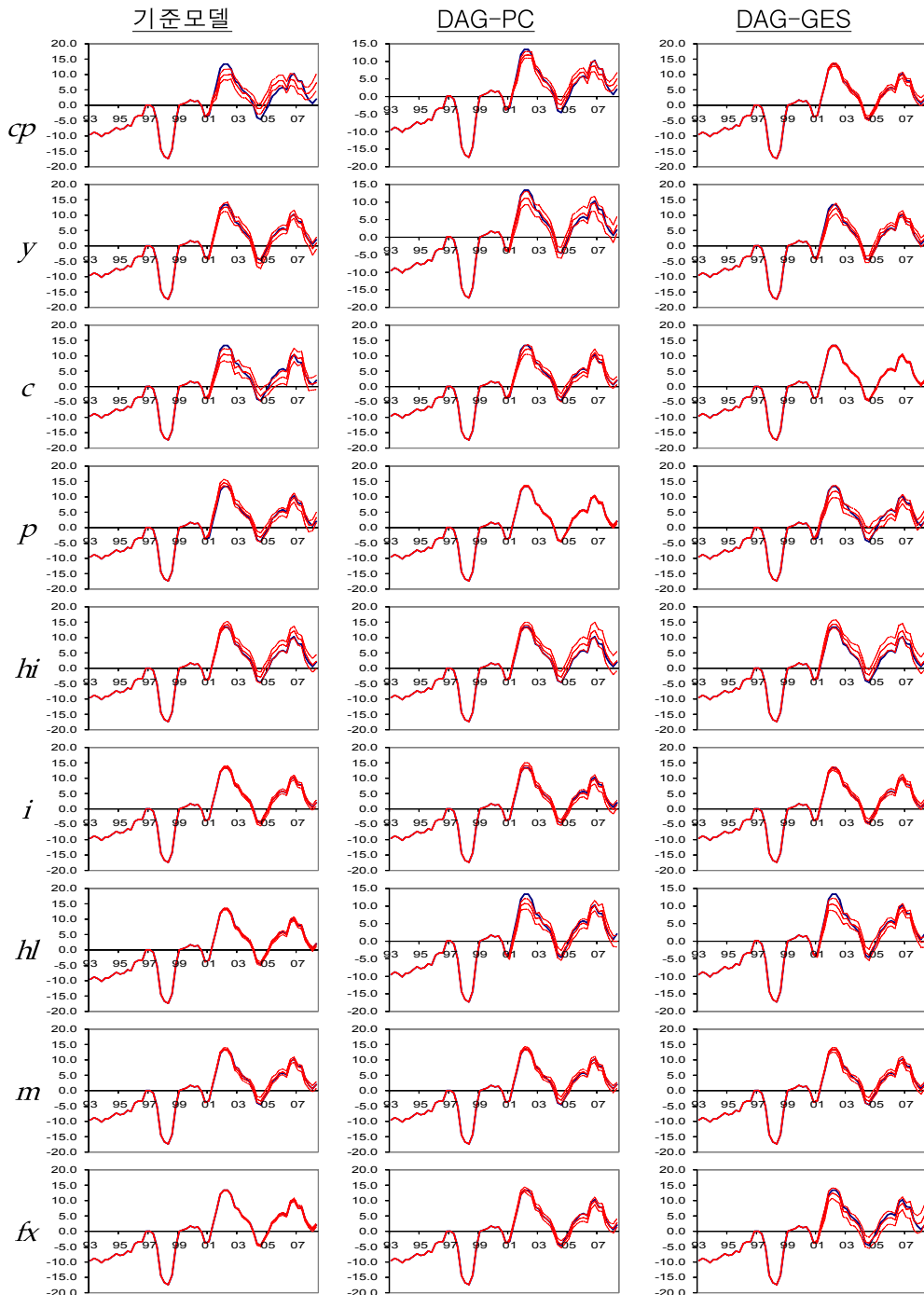
<그림 12> 주택가격의 구조적 충격 제외시 가상 주택가격 변동률 경로



주: 실선은 실제 주택가격, 점선은 가상 주택가격 및 그 68% 확률 밴드(probability bands)

한편, <그림 13>에서 보듯이 여타 실물 및 금융변수의 충격을 제외한 경우를 살펴보면, 대체로 실물변수의 구조적 충격이 큰 영향을 미친 가운데 콜금리 변경은 제한적임을 시사해주고 있다. 앞서의 충격반응분석 결과와 같이 주거용 건설투자( $h_i$ ) 충격은 3개의 모델에 걸쳐 주택가격을 낮추는 요인으로 작용하고 있어 수요보다는 공급확대 요인으로 주택가격에 영향을 미친 것으로 나타났다. 또한 DAG-PC 및 DAG-GES의 경우, 가계대출( $h_l$ )의 구조적 충격이 주택가격의 상승요인으로 작용하는 것으로 나타나 앞서의 충격반응분석 결과와 대체로 상응한다고 할 수 있다. 이상의 역사적 분해 분석 결과를 요약해 보면, 대체로 3개의 모델에 걸쳐 콜금리 변경을 제외한 가상 주택가격 변동 경로와 실제 주택가격 변동간에 별 차이가 없게 나타나는 등 2001년 이후 주택가격의 상승기에 대한 콜금리 변경의 역할이 제한적임을 시사해 주고 있다.

<그림 13> 여타 변수의 구조적 충격 제외시 가상 주택가격 변동율 경로



주: 실선은 실제 주택가격, 점선은 가상 주택가격 및 68% 확률 밴드(probability bands)

## 다. 조건부 예측

Waggoner & Zha(1999)의 Gibbs sampling 방법론을 원용하여 내생변수(본고에서는 2005년 이후의 실제 실물변수, 콜금리 및 가계대출 실현치)의 특정한 시나리오를 가정할 경우 관심 있는 내생변수(본고에서는 주택가격) 예측치의 사후적 분포를 추정하는 것이다. 본고에서는 2005년1/4~2008년 3/4분기까지의 국민소득( $y$ ), 소비지출( $c$ ), 물가( $p$ ), 국제원유가격( $cp$ ) 등 4개의 실물변수를 이미 알고 있다는 조건하에 동 분기(15분기)중의 주택가격 변동을 예측치의 사후적 분포를 산출하였다. 2005년 이후를 예측기간으로 선정한 이유는 2005년은 콜금리가 그간의 하락세에서 상승추세로 전환되었던 시점이며 또한 조건부 예측(Conditional Forecasts)시 기술적으로 상당량의 샘플기간이 필요하기 때문이다. 4개의 실물변수 외에 콜금리( $i$ ), 가계대출( $hl$ ), 주거용 건설투자( $hi$ ) 등 각각의 개별 변수들을 하나씩 추가하여 조건부 주택가격 변동을 예측해 동기간의 실제 주택가격 변동과 비교함으로써 각각의 추가된 내생변수들이 주택가격 변동을 예측함에 있어 과연 어느 정도의 유용한 정보를 전달하고 있는지 분석하였다.

조건부 예측 분석의 이론적 바탕은 아래와 같이 Jarocinski(2008)의 설명을 따라서 요약<sup>14)</sup>될 수 있다. 우선 논의의 간편함을 위해 식 (11)을 좀 더 간단한 표시기호를 써서 식 (12)와 같이 표현할 수 있다.

$$x_t = A_1x_{t-1} + \dots + A_5x_{t-5} + Ce_t, \text{ 이 때 } B^{-1}B_k = A_k, C = B^{-1} \quad (12)$$

분석의 편의를 위해 VAR(1) 형태(companion form)로 표현하면 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{x}_t = F\tilde{x}_{t-1} + G\tilde{e}_t \quad (13)$$

이 때,

---

14) Bivariate VAR(1) 모형을 이용한 간단한 예제는 <부록 2> 참고.

$$\tilde{x}_t = \begin{pmatrix} x_t \\ x_{t-1} \\ \vdots \\ x_{t-H+1} \end{pmatrix}_{pH \times 1} \quad F = \begin{pmatrix} A_1 & \cdots & A_p \\ I & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I \end{pmatrix}_{pH \times pH} \quad G = \begin{pmatrix} C & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}_{pH \times pH} \quad \tilde{e}_t = \begin{pmatrix} e_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{pH \times 1}$$

이다. 여기서 Hamilton(1994, pp258-260)의 방법론을 적용해  $s$  시점에서의 데이터 정보를 바탕으로 한  $h$  기의 예측치를  $\widetilde{x}_{s+h}$  라고 하고  $\widetilde{x}_{s+h-1}, \dots, \widetilde{x}_{s+1}$  값을 순차적으로 식 (13)에 대입하면 식 (14)와 같이  $\widetilde{x}_{s+h}$  를  $s$  시점까지의 데이터와  $s+1$  시점부터  $s+h$  시점까지의 교란항의 합으로 나타낼 수 있다.

$$x_{s+h} = Ce_{s+h} + \psi_1 Ce_{s+h-1} + \cdots + \psi_{h-1} Ce_{s+1} + F^{h(1, \dots, p, \cdot)} \tilde{x}_s \quad (14)$$

이 때  $\psi_j$ 는  $F^j$ 의 좌측 상방  $p \times p$  부분행렬을 의미하고,  $\psi_j C$ 는  $j$ 기 이후의 직교 충격반응함수가 되며,  $F^{h(1, \dots, p, \cdot)}$ 은  $F^j$ 의 첫째 행부터  $p$ 행까지로 구성된 부분행렬을 의미한다. 이상의 결과를 종합하면  $x_{s+1}, \dots, x_T$  는 식 (15)와 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} x_{s+1} \\ x_{s+2} \\ \vdots \\ x_T \end{pmatrix}_{p(T-s) \times 1} = \begin{pmatrix} F^1 \\ F^2 \\ \vdots \\ F^{T-s} \end{pmatrix} \tilde{x}_s + \begin{pmatrix} C & 0 & \cdots & 0 \\ \psi_1 C & C & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{T-s-1} C & \psi_{T-s-2} C & \cdots & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{s+1} \\ e_{s+2} \\ \vdots \\ e_T \end{pmatrix}$$

간단히 줄여서,

$$x = H\tilde{x}_s + Re \quad (15)$$



이 때  $H\tilde{x}_s$ 는 1기부터  $T$ 기까지의 비조건부 예측치(unconditional forecast)를 의미하는 데  $x$ 의 전체  $p(T-s)$ 행중 가령  $q$ 행만큼의 실현치를 기 인지한다고 가정한다면(혹은 특정 시나리오에 의해 정해졌다고 한다면) 교란항에  $q$ 만큼의 제약을 가할 수 있음을 의미한다. 즉  $\tilde{R}e=r$ 라고 표시할 수 있으며 여기서  $\tilde{R}=R_{(q,\cdot)}, r=x_{(q,\cdot)}-H_{(q,\cdot)}\tilde{x}_s$ 이다. 동 식이 의미하는 바는 시나리오와 실제 실현치간의 차이( $r=x_{(q,\cdot)}-H_{(q,\cdot)}\tilde{x}_s$ )를 조건부 충격( $\tilde{R}e$ )으로 지속적으로 설정함을 의미한다.  $e$ 와  $\tilde{R}e$ 간의 결합분포(joint distribution)는 식 (16)과 같이 정규분포를 따른다.

$$\begin{pmatrix} e \\ \tilde{R}e \end{pmatrix} \sim N\left(0 \begin{pmatrix} I & \tilde{R}' \\ \tilde{R} & \tilde{R}\tilde{R}' \end{pmatrix}\right) \quad (16)$$

여기서 Greene(2003)의 조건부 정규분포 방법론을 이용하면 식 (17)과 같이 특정 조건하 교란항 분포를 도출할 수 있다.

$$e|_{\tilde{R}e=r} \sim N(\tilde{R}'(\tilde{R}\tilde{R}')^{-1}, I - (\tilde{R}\tilde{R}')^{-1}\tilde{R}) \quad (17)$$

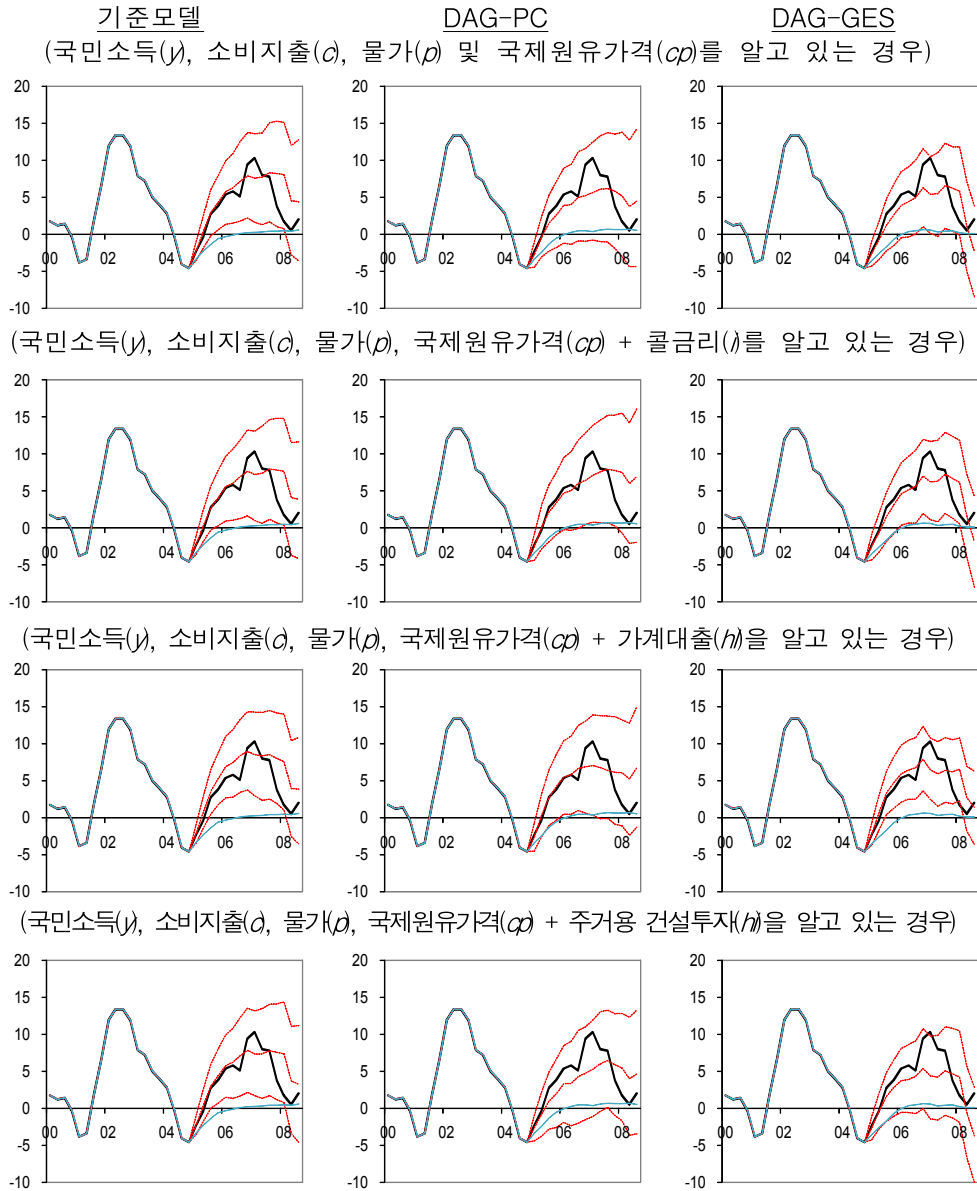
<그림 14>에서 볼 수 있듯이 2005년 이후의 주택가격 변동률 예측에 있어 비조건부 예측은 곧 장기 균형수준인 '0'으로 수렴함을 알 수 있으며, 2005년 이후의 국민소득( $y$ ), 소비지출( $c$ ), 물가( $p$ ), 국제원유가격( $cp$ ) 등의 실제 실현치를 이미 알고 있다는 조건하의 주택가격 변동률 예측치는 대체로 동 변수의 실제 값을 어느 정도 따라가는 것으로 나타났다. 이는 2005년 이후 주택가격 변동을 예측하는 데 있어 상기 4개의 실물경제변수가 유용한 정보변수가 됨을 시사한다.

다음으로, 국민소득( $y$ ), 소비지출( $c$ ), 물가( $p$ ), 국제원유가격( $cp$ ) 등을 이미 알고 있는 경우의 조건부 주택가격 변동 경로와, 상기의 4개 실물 변수 외

에 실제 콜금리( $i$ ) 실현치를 추가한 경우의 조건부 주택가격 변동 경로간에는 대체로 세 모델에 걸쳐 큰 차이를 보이지 않았다. 반면 가계대출( $hl$ )의 실제 경로를 상기 4개의 실물 변수에 추가했을 경우의 조건부 주택가격 변동 경로를 살펴보면 기준모델에서 동 예측치가 2007년 전후의 실제 주택가격 상승 및 하락 국면에 더욱 근접해서 변동하는 것으로 나타났다. 이는 2005년 이후의 주택가격 변동을 예측하는 데 있어 콜금리보다 가계대출이 보다 유용한 정보변수임을 시사해준다. 한편 주거용 주택건설( $hi$ ) 변수를 추가한 경우에는 DAG-PC 및 DAG-GES 모델의 경우 가상 주택가격 경로가 다소 하락하는 것으로 나타났다.

<그림 14>

주택가격 변동률의 조건부<sup>1)</sup> 및 비조건부 예측치



주: 1) 샘플길이의 제약으로 시차변수는 3개만 사용.  
 2) 굵은 실선은 실제 주택가격, 2005년 이후 점선은 1000번의 표본 추출을 바탕으로 한 조건부 주택가격 예측치의 평균 및 68% 확률밴드(probability bands), 가는 실선은 비조건부 주택가격 예측치를 각각 나타낸다.

## V. 맺음말

본고는 우리경제의 역사적 시계열 자료에 근거해 실물·금융변수와 주택가격간의 동태적 상관관계를 상호 비교해보고 시사점을 도출해 보고자 하였다. 한국경제의 장기 균형상태에 대한 대략적인 사전정보를 감안할 수 있는 베이지언 VAR 모형을 기반으로 충격반응분석, 예측오차 분산분해 및 역사적 분해, 조건부 예측 등의 추정결과를 종합해 볼 때, 2000년대 들어 실질 주택가격(국민은행의 전국 주택가격지수 기준)의 변동은 콜금리 변경에 의해서는 불확실하고 미약하게 영향을 받았던 반면, 국민소득, 소비지출, 주거용 건설투자, 물가 등 실물경제충격과 가계대출충격에 의해서는 유의적이면서도 상대적으로 크게 영향을 받은 것으로 나타났다.

이에 따라 앞으로 부동산가격 안정을 위해서는 일관성 있는 거시경제정책을 통해 실물경제충격을 최소화해 나가는 한편, 부동산부문으로의 자금유입이 과도하게 일어나지 않도록 시장모니터링 등을 강화해 나갈 필요가 있다고 판단된다.

끝으로 본고는 베이지언 VAR모형을 기반으로 논의를 전개했는데, VAR 분석이 가지고 있는 한계를 고스란히 가지고 있다. VAR 분석들의 가장 큰 약점은 경제의 구조가 큰 변화 없이 지속된다는 가정 하에 과거 데이터에서 추출한 경제주체들의 행태를 통해 미래를 예측하는 것으로, 최근의 글로벌 금융위기 등 거시 및 미시 경제 전반의 구조적 변화가 수반되고 있는 경우에는 그 예측의 실효성이 제한적일 수 있다. 다만 이러한 한계 위에서, 실제 역사적 자료를 바탕으로 실물·금융 변수와 주택가격간의 동태적 상관관계에 대해 표준적이고 평균적인 통찰력을 제시할 수 있다는데 그 의의가 있다고 할 수 있겠다. 특히 현재까지 거시모델(VAR 또는 DSGE)을 기반으로 통화정책과 자산가격간의 상관관계를 연구한 국내의 선행 연구가 많지 않은 현실에 비추어, 본 연구는 실물 및 금융변수를 종합 고려한 VAR 모형을 제시함으로써 향후 보다 활발한 연구에 활용될 수 있을 것이라 사료된다.

## < 참 고 문 헌 >

- 김경환·이한식, “부동산 가격거품과 가격전망,” 대한부동산학회지, 2000.
- 김경환, “부동산가격과 거시경제간의 상호관계,” 한국은행 조사국 학술회의  
‘자산가격 변동에 대응한 통화정책 방향’ 발표논문, 2003.
- 김봉호, “주택가격 결정요인에 관한 분석,” 부동산학보 제32권, 2007.
- 김소영, “통화정책충격의 거시경제적 효과에 관한 실증 분석 문헌: 통화정책충격의 식별에 관한 문제를 중심으로,” 금융학회지 제12권 2호, 2007
- 박헌수·김태경, “부동산가격에 있어 장기균형과 충격반응분석,” 국토계획 제43권 제5호, 2008.
- 박희석, “서울시 아파트 가격의 버블 진단 및 정책방향 연구,” 서울시정개발연구원 정책토론회 발표자료, 2007.
- 이준희, “주택가격의 거품여부에 대한 평가,” 금융경제연구, 한국은행 금융경제연구원, 2006.
- 임호열, “부동산가격 급변동과 통화정책 대응,” 한국경제연구 제14권, 2005.
- 정규일, “자산가격과 유동성 간의 관계분석,” 한국경제연구 제17권, 2006.
- 지규현·김진유, “OECD 국가의 기초경제여건과 주택가격 변화,” 주택도시연구원 HURI FOCUS 제11호, 2006.

Annett, "House Prices and Monetary Policy In The Euro Area," IMF Country Report No. 05/266, p62~86, 2005.

Bernanke, B. and M. Gertler, "Should Central Banks Respond to Movements in Asset Prices?," American Economic Review 91(2), 253-257, 2001.

Bordo, M. and O. Jeanne, "Monetary Policy and Asset Prices: Does 'Benign Neglect' Make Sense?," International Finance 5, 139-164, 2002.

Borio, C. and P. Lowe, "Asset Prices, Financial and Monetary Stabilities: Exploring the Nexus," BIS working paper No. 114, 2002.

Caballero, R., E. Farhi and P. Gourinchas, "Financial Crash, Commodity Prices and Global Imbalances," Brookings Papers on Economic Activity. forthcoming, 2008.

Greene, W., Econometric Analysis, Prentice Hall, 2003.

Hamilton, J., Time Series Analysis, Princeton University Press, Princeton, 1994.

IMF, "Housing and Business Cycle," IMF World Economic Outlook, 2008.

- Jarocinski, M. and F. Smets, "House prices and the stance of monetary policy," *St. Louis Reserve Bank Review* 90, 329–365, 2008.
- Jarocinski, M., "Computation of Conditional Forecasts and Assessment of Scenarios with VARs," unpublished manuscript, 2008.
- Kim, S. and N. Roubini, "Exchange Rate Anomalies in The Industrial Countries: A Solution with a Structural VAR Approach," *Journal of Monetary Economics* 45, 561–586, 2000.
- Meen G., "The Time-Series Properties of House Prices: A Transatlantic Divide?," *Journal of Housing Economics*. 11: 1–23, 2002.
- Munchau, W., "Central Bank Must Start to Care About House Priece," *Financial Times*, 2008.
- Smith, A. and G. Roberts, "Bayesian Computation via the Gibbs Sampler and Related Markov Chain Monte Carlo Methods," *Journal of the Royal Statistical Society Series B(Methodological)* 55, 3–23, 1993.
- Son, J., "Essays On Monetary Policy and Asset Prices," Ph.D. Dissertation, 2008.
- Spirtes, P., C. Glymour and R. Scheines, "Causation, Prediction, and Search," *The MIT Press*, 2000.

Sutton, Gregory D., "Explaining Changes In House Prices," BIS Quarterly Review, September, 2002.

Tsatsaronis, Kostas and Haibin Zhu, "What Drives Housing Price Dynamics: Cross-Country Evidence," BIS Quarterly Review, March, 2004.

Villani, M., "Steady State Priors for Vector Autoregressions," Journal of Applied Econometrics, forthcoming, 2009.

Waggoner, D. and T. Zha, "Conditional Forecasts in Dynamic Multivariate Models," The Review of Economics and Statistics 81, 639-651, 1999.

Zellner, A., An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics. Wiley, 1971.



## <부록 1> DAG(Directed Acyclic Graphs)와 알고리즘(PC 및 GES)

DAG는 일군의 교란향간의 인과흐름을 한 눈에 볼 수 있도록 그림을 통해 간결하게 보여주는 방법론이다. 동 방법론에서는 에지(edge) 혹은 화살표(arrow)를 이용해 인과흐름을 표시해주는 데 다음의 3가지 유형으로 분류될 수 있다. 우선  $X \rightarrow Y$ (direct edge): 변수 X가 변수 Y를 인과 하는 경우를 나타내며, 둘째로,  $X - Y$ (undirect edge): 변수 X와 Y간에 상관관계는 있으나 X가 Y를 인과 하는지 반대로 Y가 X를 인과 하는지에 대해서는 판단할 수 없는 경우를 나타내며, 마지막으로,  $X \perp Y$ : 변수 X와 Y가 조건부 독립(상관관계가 없는)인 경우를 표시해준다.

또한 DAG에서는 세 변수간에 적용될 수 있는 3개의 핵심 개념을 이용하는 데 아래와 같이 정리될 수 있다. ①  $A \rightarrow B \rightarrow C$ : causal chain이라고 명명되는 개념으로써, 변수 A와 C는 비조건부 서로 상관관계를 가지고 있으나 변수 B 조건하에서는 상호 독립적인 경우를 지칭한다. ②  $A \leftarrow B \rightarrow C$ : causal fork라고 명명되는 개념으로써, causal chain에서와 같이 변수 A와 C는 비조건부 서로 상관관계를 가지고 있으나 변수 B 조건하에서는 상호 독립적인 경우를 의미하며, ③  $A \rightarrow B \leftarrow C$ : causal inverted fork라고 명명되는 개념으로써, 앞의 두 개념과는 반대로 변수 A와 C는 비조건부 상관관계를 가지고 있지 않으나 변수 B 조건하에서는 상관관계를 가지는 경우를 나타낸다.

다음으로는 본고에서 활용한 DAG의 PC 및 GES 알고리즘에 대해서 간략히 살펴보겠다. 동 알고리즘은 공적으로 이용이 가능한 인터넷(<http://www.phil.cmu.edu/projects/tetrad/>) 기반의 TETRAD IV를 통해서 손쉽게 접근이 가능하다.

(PC 알고리즘)

DAG 방법론에서 가장 널리 활용되는 알고리즘으로써 각 실행과정은 아래와 같이 정리될 수 있다.

- (1단계) 우선적으로 모든 변수의 교란향간 링크(undirect edge)를 설정한다.
- (2단계) 2개의 변수로 이루어진 모든 조합에 대해 비조건부 상관관계 테스트를 실시한 후 상관관계가 없는 조합에 대해서는 링크(undirect edge)를 지운다.
- (3단계) Adjacency Phase: 링크 지우기  
2개의 변수 조합에 대해 제3의 변수 조건부 상관관계 테스트를 실시한 후 만약 두 변수 X와 Y를 조건부 독립으로 만족시킬 수 있는 제3의 변수 S가 발견된다면, 변수 X — Y간의 링크를 지운다.
- (4단계) Orientation Phase: 화살표 방향 정하기
  - (i) 3개 변수간 A — B — C 관계에서 조건부 상관관계를 통해 변수 A — B간에 링크를 제거할 수 있다면,  $A \rightarrow B \leftarrow C$ 를 유추할 수 있다. 왜냐하면 변수 B는 변수 A와 C간의 링크를 제거해주는 조건부 변수로 쓰일 수 없기 때문이다. 반대의 경우로 변수 B가 링크를 제거해주는 조건부 변수로 쓰일 수 있는 경우는 다음의 세 가지 경우로 유추할 수 있다:  $A \rightarrow B \rightarrow C$ ,  $A \leftarrow B \leftarrow C$ , 혹은  $A \leftarrow B \rightarrow C$ .
  - (ii) 링크가  $A \rightarrow B - C$ 라면, 두 번째 링크에 대해 다음과 같이 C 쪽으로 화살표 방향을 정한다:  $A \rightarrow B \rightarrow C$ .
  - (iii) 만약 두 변수간에 링크가 존재하고, 즉 A — B, 그리고 변수 A에서 시작해 여타 변수를 통해서 변수 B로 이어지는 화살표 흐름을 발견할 수 있다면, A에서 B로 화살표 방향을 정한다:  $A \rightarrow B$ .

(GES: Greedy Equivalence Search 알고리즘)

GES 알고리즘은 베이지언 scoring function을 이용한 것으로써 다음의 2 단계로 구성된다.

(1단계) Forward Sweep

- (i) 우선 모든 변수가 독립적이라는 가정하에서 시작한다.
- (ii) 만약 링크를 추가할 경우 베이지언 사후적 점수(posterior score) 혹은 BIC(Bayesian Information Criteria)가 증가한다면 동 링크를 그대로 둔다.
- (iii) 상기 PC 알고리즘에 활용한 화살표 방향 정하기 룰을 이용해 발견된 링크에 대해 화살표 방향을 설정한다.

(2단계) Backward Sweep

- (i) 만약 링크를 제거하거나 혹은 화살표 방향을 바꾸는 행위가 베이지언 사후적 점수(posterior score) 혹은 BIC(Bayesian Information Criteria)를 증가시킨다면 그렇게 하도록 한다.
- (ii) 만약 링크를 제거하는 행위가 더 이상 베이지언 사후적 점수(posterior score) 혹은 BIC(Bayesian Information Criteria)를 증가시키지 못한다면 동 알고리즘은 정지하게 된다.

## <부록 2> 조건부 예측(Conditional Forecast) Bivariate VAR(1) 예제

동 예제는 주택가격( $hp$ )과 콜금리( $i$ ), 두 개의 변수( $p=2$ )로만 구성되었으며 시차변수는 하나( $k=1$ )만 고려하는 단순한 Bivariate VAR(1) 모형을 통해 실제 콜금리 조건하의 주택가격을 예측하는 경우의 조건부 예측의 개념과 그 방법론에 대해 구체적인 해설을 보여준다.

구조형 및 축약형 형태를 식 (1)과 같이 쓸 수 있고 두 변수로 구체적으로 표시하면 식 (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$Bx_t = B_1x_{t-1} + e_t, \quad e_t \sim N(0, I_2), \quad \text{따라서 } x_t = B^{-1}B_1x_{t-1} + B^{-1}e_t \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_t = B^{-1}B_1 \begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_{t-1} + B^{-1} \begin{pmatrix} e^i \\ e^{hp} \end{pmatrix}_t \quad (2)$$

여기서 이 후 논의의 간편함을 위해 각 계수를 아래와 같이 구체적으로 적시한다.

$$B^{-1}B_1 = A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}, \quad \text{따라서 } B^{-1} = \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} & 0 \\ -b_{21}/b_{11}b_{22} & b_{22}^{-1} \end{pmatrix}$$

구체적 계수를 이용해 식 (2)는 식 (3)과 같이 다시 표시될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_{t-1} + \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} & 0 \\ -b_{21}/b_{11}b_{22} & b_{22}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^i \\ e^{hp} \end{pmatrix}_t \quad (3)$$

여기서  $s$  시점에서 한 분기 앞( $s+1$ ) 예측은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_{s+1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_s + \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} & 0 \\ -b_{21}/b_{11}b_{22} & b_{22}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^i \\ e^{hp} \end{pmatrix}_{s+1} \quad (4)$$

따라서 비조건부 예측치의 평균은 다음의 식 (5)와 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \widehat{i}^{uc} \\ \widehat{hp}^{uc} \end{pmatrix}_{s+1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_s \quad (5)$$

이 때  $uc$ 는 “*unconditional forecast*”의 약어로 비조건부 예측치를 표시해주는 기호이다. 콜금리 조건부 주택가격 예측치를 산출하기 위해 다음과 같이 콜금리의 교란항에 제약을 가한다. 즉,  $e^{i_{s+1}} = b_{11}(i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i}_{s+1}^{uc})$ , 이 때

“*scenario*”는 가정된 콜금리의 경로(보통은 실제 콜금리 실현치를 사용)를 의미한다. 상기 오차항의 제약을 이용해 식 (4)는 다음의 식 (6)과 같이 조건부 예측치의 식으로 다시 표시될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_{s+1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ hp \end{pmatrix}_s + \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} & 0 \\ -b_{21}/b_{11}b_{22} & b_{22}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11}(i^{scenario} - \widehat{i^{uc}}) \\ e^{hp} \end{pmatrix}_{s+1} \quad (6)$$

식 (6)을 각각의 식으로 써보면, 아래와 같이 한 분기 앞 비조건부 예측치와 교란항의 합으로 분해할 수 있다.

$$\begin{aligned} i_{s+1} &= \underbrace{a_{11}i_s + a_{12}hp_s}_{\text{비조건부 예측}} + \underbrace{i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}}}_{\text{교란항}} \\ &= a_{11}i_s + a_{12}hp_s + i_{s+1}^{scenario} - (a_{11}i_s + a_{12}hp_s) \\ &= i_{s+1}^{scenario} \\ hp_{s+1} &= \underbrace{a_{21}i_s + a_{22}hp_s}_{\text{비조건부 예측}} + \underbrace{(-b_{21}/b_{22})(i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}}) + b_{22}^{-1}e^{hp}}_{\text{교란항}} \end{aligned}$$

조건부 예측치의 평균을 살펴보면, 아래와 같이 콜금리( $i$ )의 경우는 시나리오상 가정했던 값과 일치하게 되며, 주택가격( $hp$ )의 경우는 시나리오상의 콜금리와 한 분기 앞 콜금리 예측치간의 차이가 계수와 곱해져 내생화되면서 주택가격의 예측치에 영향을 미치게 됨을 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{i_{s+1}^c} &= i_{s+1}^{scenario} \\ \widehat{hp_{s+1}^c} &= a_{21}i_s + a_{22}hp_s + (-b_{21}/b_{22})(i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}}) \end{aligned}$$

여기서  $c$ 는 “*conditional forecast*”의 약어로 조건부 예측치를 나타내는 기호이며 상기의 한 분기 앞 조건부 예측치는 다음의 두 분기 앞 예측치를 산출하는데 식 (7)과 같이 계속적으로 산입되며 영향을 미치게 된다.

$$\begin{pmatrix} \widehat{i^{uc}} \\ \widehat{hp^{uc}} \end{pmatrix}_{s+2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{i^c} \\ \widehat{hp^c} \end{pmatrix}_{s+1} \quad (7)$$

조건부 분포이론을 이용한 접근에서도 상기에서 기술한 것과 동일한 결론에 도출할 수 있다. 식 (4)에서의 한 분기 앞 예측치는 식 (8)과 같이

VAR(1)의 형태(companion form)로 다시 나타낼 수 있다.

$$x_{s+1} = Ax_s + B^{-1}e_{s+1} \quad (8)$$

여기서 콜금리의 교란항  $e_{s+1}^i$ 를 선택할 때  $\widetilde{B}^{-1}e_{s+1} = r_{s+1}$ 를 만족하도록 하는 데, 이 때  $r_{s+1} = i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}}$ 이며, 동 식은 Waggoner and Zha (1999)에서의 식 (10)에 해당한다. 간단한 행렬 연산을 이용해서 식 (9)의 제약된 콜금리 교란항이 식 (6)에서와 같이  $e_{s+1}^i = b_{11}(i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}})$ 로 축약된다는 것을 확인할 수 있다.

$$\widetilde{B}^{-1}e_{s+1} = r_{s+1}, \quad \text{즉} \quad \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} & 0 \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^i \\ e^{hp} \end{pmatrix}_{s+1} = i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}},$$

$$\text{따라서} \quad e_{s+1}^i = b_{11}(i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}}) \quad (9)$$

Waggoner and Zha(1999)에서 논의되었던 것처럼,  $e_{s+1}^i$ 와  $\widetilde{B}^{-1}e_{s+1}$ 의 결합분포(joint distribution)는 식 (10)에서와 같이 다변량 정규분포(multivariate normal)를 따른다. 여기서  $e$ 는 다변량(multivariate) 다중스텝 예측치(multi step-ahead forecast)를 나타내는 교란항의 행렬로서 좀 더 일반적인 도출과정을 보여주기 위해 도입되었으며,  $e$ 와  $\widetilde{B}^{-1}e$ 의 평균, 분산, 공분산 등은 아래와 같이 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned} Ee &= 0, \quad E\widetilde{B}^{-1}e = 0 \\ \text{var}(e) &= I, \quad \text{var}(\widetilde{B}^{-1}e) = \widetilde{B}^{-1}\text{var}(e)(\widetilde{B}^{-1})' \\ \text{cov}(e, \widetilde{B}^{-1}e) &= E(e - Ee)(\widetilde{B}^{-1}e - E\widetilde{B}^{-1}e)' = Eee'(\widetilde{B}^{-1})' = (\widetilde{B}^{-1})' \end{aligned}$$

따라서,

$$\begin{pmatrix} e \\ \widetilde{B}^{-1}e \end{pmatrix} \sim N \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} I & (\widetilde{B}^{-1})' \\ \widetilde{B}^{-1} & \widetilde{B}^{-1}(\widetilde{B}^{-1})' \end{pmatrix} \right) \quad (10)$$

조건부 정규분포 관련 이론(Greene (2003, pp871-872))을 적용해 특정 충격 조건하 교란항의 분포를 식 (11)에서와 같이 도출할 수 있다. 동 식은 Waggoner and Zha(1999)의 식 (12)에 해당한다.

$$e|_{\widetilde{B}^{-1}e=r} = N((\widetilde{B}^{-1})'(\widetilde{B}^{-1}(\widetilde{B}^{-1})')^{-1}r, I - (\widetilde{B}^{-1})'(\widetilde{B}^{-1}(\widetilde{B}^{-1})')^{-1}\widetilde{B}^{-1}) \quad (11)$$

상기 식 (11)을 이용해 특정 콜금리 경로 조건하 주택가격의 한 분기 앞 예측치를 추정할 수 있다. 이 경우의 콜금리( $i$ ) 교란항의 평균은 식 (9)와 일치함을 알 수 있으며, 주택가격( $hp$ )의 교란항은 일반적인 구조적 충격인 평균은 1, 분산은 0으로 나타남을 식 (12), (13)을 통해 확인할 수 있다.

(평균)

$$\begin{aligned} (\widetilde{B}^{-1})'(\widetilde{B}^{-1}(\widetilde{B}^{-1})')^{-1}r &= \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} \\ 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} \\ 0 \end{pmatrix} \right\}^{-1} (i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}}) \\ &= \begin{pmatrix} b_{11} (i_{s+1}^{scenario} - \widehat{i_{s+1}^{uc}}) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

(공분산)

$$\begin{aligned} I - (\widetilde{B}^{-1})'(\widetilde{B}^{-1}(\widetilde{B}^{-1})')^{-1}\widetilde{B}^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} \\ 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} \\ 0 \end{pmatrix} \right\}^{-1} \begin{pmatrix} b_{11}^{-1} & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$